



Athletica Galactica

Kárpát-medencei Középiskolai
Csillagászati és Asztrofizikai Verseny

2024/2025

DÖNTŐ – DA

2025. MÁRCIUS 21–23.

JÁSZBERÉNY

VERSENYZŐ
KÓDJA / ÉVFOLYAMA

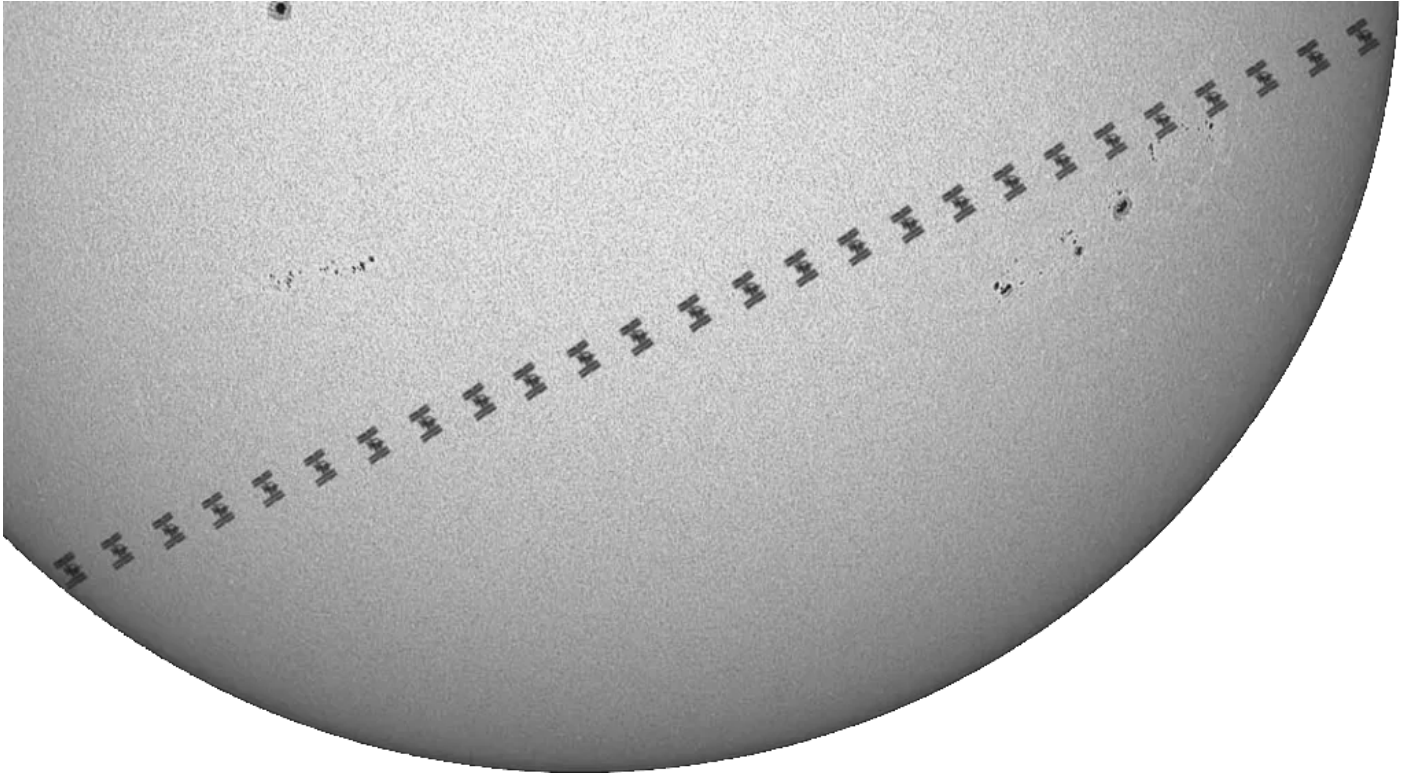
..... /

ELÉRT PONTSZÁM: / 100

1. A Nemzetközi Űrállomás átvonulása a Nap korongja előtt

25 p

Az alábbi – nyomtatási okokból fekete-fehérbe fordított és a korongot övező fekete háttértől megszabadított –, $n = 26$ képkockából összeállított montázst Jamie Cooper (Whilton, Northamptonshire, Egyesült Királyság) készítette egy 102 mm átmérőjű refraktorra szerelt nagy sebességű videokamera által rögzített anyag felhasználásával.



A kép a Nemzetközi Űrállomás (International Space Station, ISS) napkorong előtti, 2022. június 22-én 09:22 UTC-kor bekövetkezett átvonulását (tranzitját) mutatja. A teljes esemény egy másodpercnél is rövidebb ideig tartott, ezért a megfigyelő részéről gondos előkészítést és kivitelezést igényelt a megörökítése, amelyhez speciális szűrők használatára is szükség volt.

A tranzit során a Napnak a kamera pozíciójából látszó szögátmérője $\theta = 31'29''$, az ISS földfelszín feletti közepes magassága pedig $h = 415$ km volt. Az űrállomás Föld körüli keringési periódusa $P \approx 93^m$.

Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a tranzit során a Nap a megfigyelőhely zenitjében tartózkodott, és tekintsünk el a Föld tengely körüli forgásából származó hatásokról is.

- A képen vonalzóval végzett egyszerű mérések felhasználásával határozd meg az ISS első és utolsó pozíciója közti θ_1 szögtávolságot! Az eredményt ívpercben add meg 2 tizedesjegyre kerekítve! A számításokhoz készíts magyarázó ábrát is! (13 p)
- Határozd meg azt a θ_2 szöget, amely alatt az ISS első és utolsó pozíciója közti ív a Föld középpontjából látszódnak volna! Az eredményt ívpercben add meg 2 tizedesjegyre kerekítve! Ez esetben is készíts magyarázó ábrát! (6 p)
- Adj becslést arra, hogy a videokamera hány képkocka/másodperc sebességgel rögzítette az űrállomás napkorong előtti áthaladását! (6 p)

A szükséges további értékeket a Konstanstáblázatból vedd!

2. Klasszikus cefeidák az OGLE–III felmérésben

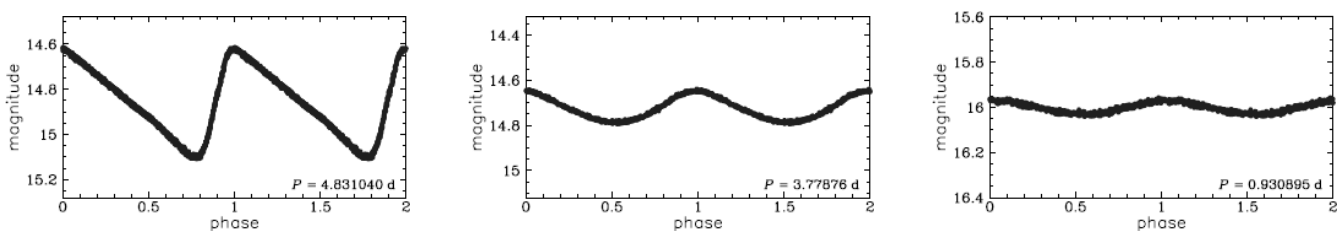
75 p

Az úgynevezett klasszikus cefeidák (δ Cephei csillagok, I. típusú vagy I. populációs cefeidák) a változócsillagok legismertebb és leghíresebb képviselői közé tartoznak. A viszonylag fiatal és nagy tömegű csillagok radiálisan pulzálnak, a pulzációjuk periódusa és az abszolút fényességük között pedig jól definiált kapcsolat áll fenn, így nagyon fontos távolságindikátorok, meghatározó szerepük van az úgynevezett kozmikus távolságlétra kalibrálásában.

A klasszikus cefeidák alaplómódusban (fundamental, F), illetve az alaplómódus első és második felhangjában (1O és 2O) pulzálhatnak. Az alaprezgésen túli módusokat nem felharmonikusoknak, hanem felhangoknak (overtone, O) hívjuk, ugyanis azok frekvenciái az alaprezgésének nem egész számú többszörösei. Ennek oka az, hogy a csillag belsejében nem homogén a sűrűség, hanem az befelé növekszik.

- (F) Az alaplómódusban pulzáló cefeidák pulzációs periódusa 1 és 200 nap közötti, a jellemző periódus azonban néhány nap. A fénygörbéjük általában aszimmetrikus, jellemzője a gyors felfutás a fényességmaximumig, majd lassabb csökkenés azt követően. A pulzációs periódus kis mértékben ugyan, de függ a csillag fémtartalmától, nagyobb fémség esetén hosszabb a periódus. (A csillagászati terminológiában a hidrogénen és a héliumon kívüli elemek összefoglaló megjelölése a „fém”.)
- (1O) Az első felhangban pulzáló klasszikus cefeidák fénygörbéi inkább szimmetrikusak, és általában az amplitúdójuk is kisebb. A pulzációs periódusuk legnagyobb értéke szintén a környezet fémségétől függ, a legkisebb fémtartalmú Kis Magellán-felhőben (SMC) 4,5 nap, a nagyobb fémségű Nagy Magellán-felhőben (LMC) közel 6 nap, míg a legnagyobb fémtartalmú Tejútrendszerben 7,6 nap. Az első felhangban pulzáló cefeidák legkisebb pulzációs periódusára nincs egységesen elfogadott érték, mivel nincs természetes határ ezen csillagok és a δ Scuti csillagok között.
- (2O) A második felhangban pulzáló cefeidák nagyon ritka objektumok. Majdnem az összes ilyen csillagot az OGLE felmérések keretében fedezték fel. Ezek a csillagok sokkal gyakoribbak fémszegény, mint a fémekben gazdag környezetben, így az SMC-ben hatszor annyit találtak, mint az LMC-ben. A fénygörbéjük jó közelítéssel szinuszos, a fényességváltozás amplitúdója 0,1 magnitúdónál kisebb.

Az alábbi ábrán mindhárom típus egy-egy jellegzetes képviselőjének fénygörbéje látható, balról jobbra F, 1O és 2O sorrendben. (https://ogle.astrouw.edu.pl/atlas/classical_Cepheids.html)



A feladatok után található ábra az OGLE-III égboltfelmérés során a Tejútrendszer egyik kísérőgalaxisában, a Nagy Magellán-felhőben megfigyelt cefeidák közül néhánynak a Johnson-féle $UBVRI$ fotometriai rendszer I sávjában mért, pulzációs periódus szerint feltekert fénygörbéjét mutatja, az első panel az alaplómódusban (F), a második panel az első felhangban (1O), míg a harmadik panel a második felhangban (2O) pulzáló csillagokét. A fénygörbék mellett jobb oldalon látható számok a nap egységben megadott pulzációs periódusok egy tizedesjegyre kerekített értékei.

Az ábra után egy táblázatot is találsz, amely 30 LMC-beli cefeida I fotometriai sávjában mért $\langle m_I \rangle$ átlagos látszó fényességét, az m_I pulzáció miatti változásának A_I amplitúdóját (mindkettő magnitúdóban), és a P pulzációs periódus napokban mért értékét listázza. A táblázatnak két üres oszlopa is van, ezeket neked kell majd kitölteni.

Feladataid a következők:

- a) A táblázat $\lg P$ fejlécű oszlopának mezőiben számítsd ki a P fejlécű oszlopban álló pulzációs periódusok 10-es alapú logaritmusát! Mivel a periódusok legalább 6 tizedesjegyre vannak megadva, és a legkisebb is nagyobb 0,5-nél, így a 10-es alapú logaritmusukban is legalább ennyi értékes jegynek kell lennie, ezért az eredményeket szintén 6 tizedesjegyre kerekítve add meg! (15 p)
- b) Az ábra, az ábrán közölt adatok és a táblázat adatai alapján határozd meg, hogy a táblázatban felsorolt csillagok milyen módusban pulzálnak! A táblázat $F/1O/2O$ fejlécű oszlopának mezőit a megfelelő kódokkal – F, 1O vagy 2O – töltsd ki! (15 p)

Figyelem! Az ábrán szereplő fénygörbék és a táblázatban listázott csillagok között nem teljes az átfedés, a táblázatban szerepelnek olyan csillagok, amelyek fénygörbáját nem mutatja az ábra, és fordítva.

- c) Ábrázold milliméterpapíron az $\langle m_I \rangle$ értékeket a $\lg P$ értékek függvényében az alapmódusban pulzáló cefeidákra! A vízszintes tengelyt 0,0 és 1,6 között skálázd 0,2 lépésközzel, míg a függőleges tengelyt 17,0 és 12,0 között 0,5 lépésközzel, a felirataik „ $\lg P$ ” és „ $\langle m_I \rangle$ [mag]” legyenek! Az ábrának adj címet is, ez „Klasszikus F módusú cefeidák periódus-fényesség relációja az LMC-ben” legyen! (20 p)

Megjegyzés: A periódus-fényesség reláció a pulzációs periódus 10-es alapú logaritmusára és az abszolút fényesség közötti kapcsolatot jelenti, mivel azonban a feladatban szereplő cefeidák mind a Nagy Magellán-felhő tagjai, így a látszó fényességeik közti különbségek az abszolút fényességeik közötti különbségeknek felelnek meg.

- d) A legkisebb négyzetek módszerével illesz egyenest az adatpontokhoz, azaz határozd meg az

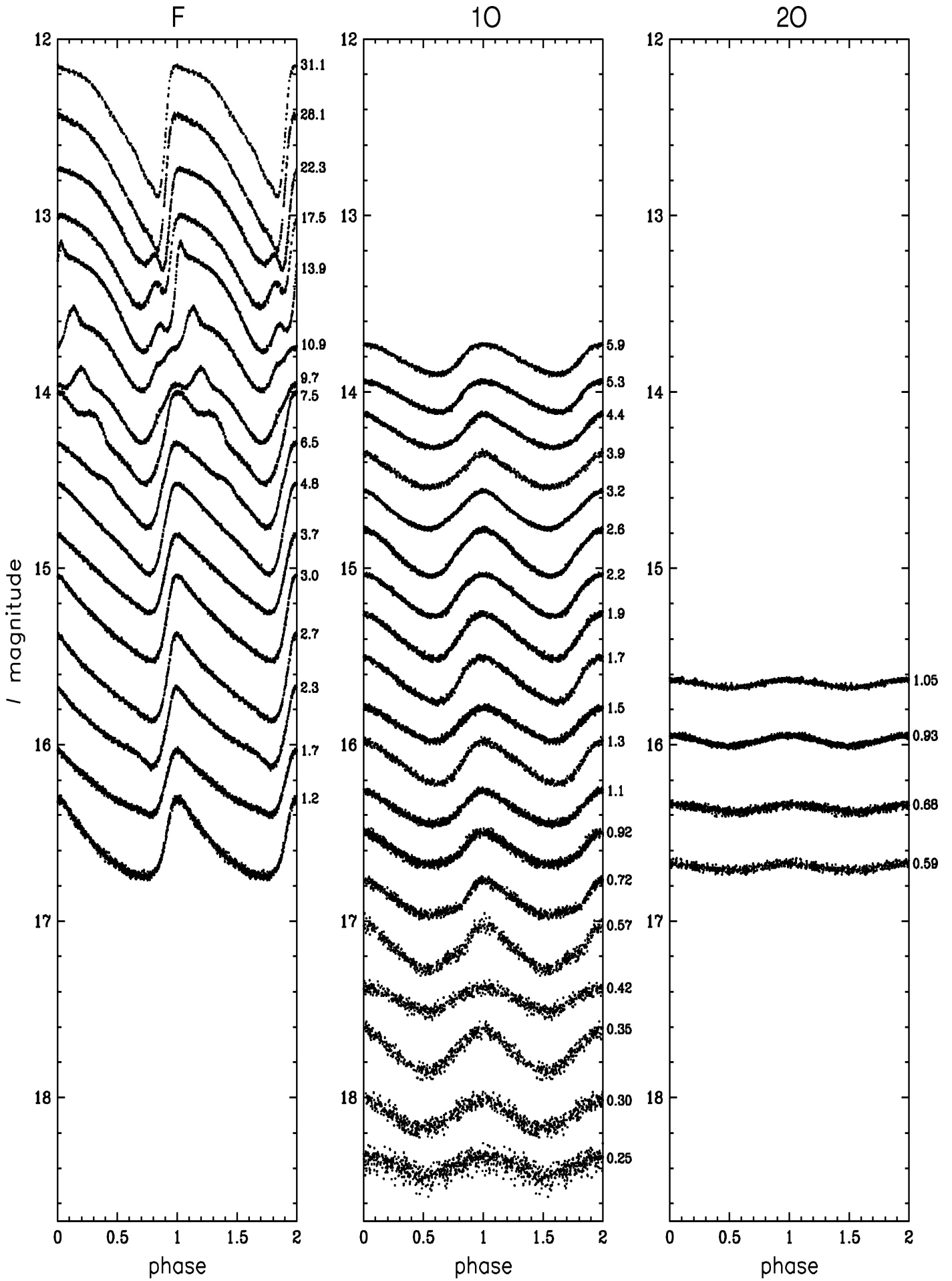
$$\langle m_I \rangle = a \lg P + b$$

egyenletű egyenes a meredekségét és b tengelymetszetét, illetve azok σ_a és σ_b hibáit is! Az eredményeket 4 tizedesjegyre kerekítve add meg! Azért, hogy a számításaidat könnyebben ellenőrizhessük, szintén 4 tizedesjegyre kerekítve add meg az S , S_x , S_y , S_{xx} , S_{xy} és Δ értékét is! (10 p)

Segítség: A szükséges formulákat a Konstanstáblázatban találod.

- e) Tudjuk, hogy a változócsillag-típus névadója, a δ Cephei alapmódusban pulzál $P_{dC} = 5,366\,316^d$ periódussal. Az I -beli látszó fényességének átlagértéke $\langle m_I \rangle_{dC} = 3,22^m$. A csillag évi parallaxisa $\pi_{dC} = 0,003\,77''$. Adj becslést a Nagy Magellán-felhő távolságára! Az eredményt kiloparszek egységben add meg, egészre kerekítve! (10 p)
- f) Az illesztett egyenest ábrázold a grafikonon is, és jelöld meg rajta \star szimbólummal a δ Cephei elképzelt LMC-beli pozícióját is! (5 p)

**Ne felejtse el a kitöltött táblázatot is beadni,
a lap egyik üres sarkában feltüntetve a kódodat is!**

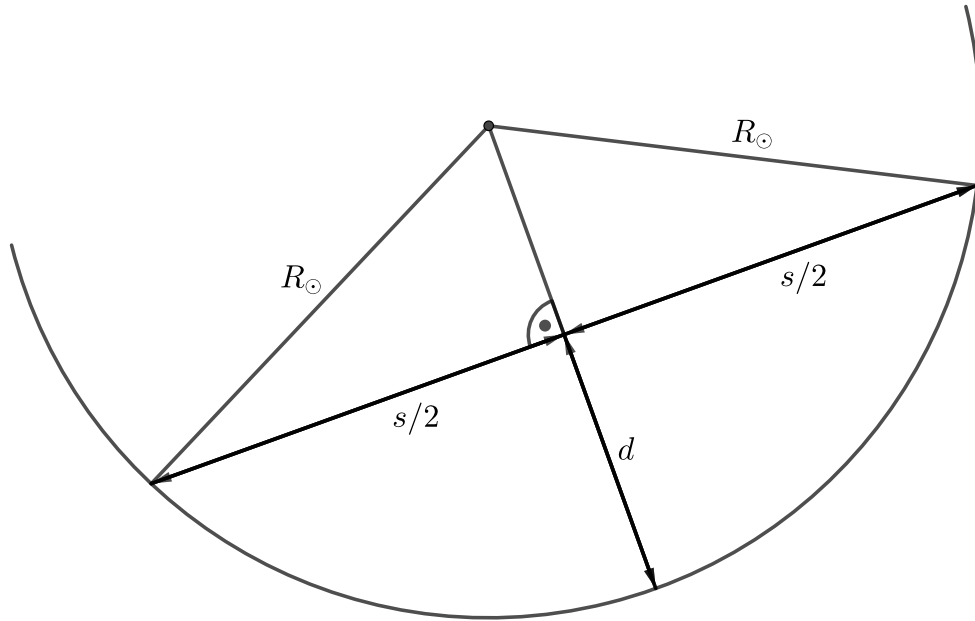


No.	OGLE ID	$\langle m_I \rangle$	A_I	P	$\lg P$	F/10/20
1	OGLE-0002	15,672	0,257	3,1181195		
2	OGLE-0005	14,661	0,521	5,6120581		
3	OGLE-0016	13,707	0,115	10,5064564		
4	OGLE-0079	13,114	0,681	22,5433243		
5	OGLE-0091	15,318	0,422	3,5989663		
6	OGLE-0102	16,137	0,054	0,8399597		
7	OGLE-0122	16,630	0,434	1,2929977		
8	OGLE-0135	16,693	0,039	0,5893938		
9	OGLE-0298	16,229	0,042	0,7789320		
10	OGLE-0336	16,195	0,050	0,7481119		
11	OGLE-0356	13,653	0,688	12,6838476		
12	OGLE-0394	14,359	0,305	7,2367891		
13	OGLE-0603	15,546	0,044	1,2000023		
14	OGLE-0624	15,508	0,026	1,0672432		
15	OGLE-0626	15,924	0,365	2,1896920		
16	OGLE-0683	13,427	0,559	14,6769364		
17	OGLE-0712	12,742	0,497	20,7042681		
18	OGLE-0760	16,094	0,016	0,8795190		
19	OGLE-0820	13,534	0,524	16,8364426		
20	OGLE-0821	12,610	0,471	25,8032221		
21	OGLE-1031	13,312	0,524	18,4695980		
22	OGLE-1058	12,475	0,706	30,3989528		
23	OGLE-1236	16,359	0,044	0,6827969		
24	OGLE-1551	15,977	0,059	0,9308301		
25	OGLE-1555	16,465	0,200	1,0380984		
26	OGLE-2019	12,704	0,776	28,1034025		
27	OGLE-2116	16,240	0,056	0,6491814		
28	OGLE-2215	15,354	0,486	3,2408617		
29	OGLE-2320	15,652	0,043	1,0459483		
30	OGLE-2495	15,971	0,050	0,8824085		

1. A Nemzetközi Űrállomás átvonulása a Nap korongja előtt

25 p

- a) Jelölje R_{\odot} a napkorong sugarát, s az ISS napkorong előtti teljes (visszafelé és előre extrapolált) pályáivének hosszát, d pedig ennek a húrnak a napkorong szélétől a felezőegyenese mentén mért távolságát.



Ekkor a fenti ábra alapján:

$$R_{\odot}^2 = \left(\frac{s}{2}\right)^2 + (R_{\odot} - d)^2 \quad (2 \text{ p})$$

Ebből:

$$R_{\odot} = \frac{d}{2} + \frac{s^2}{8d} \quad (2 \text{ p})$$

Jelölje s_{tr} az ISS első és utolsó ábrázolt pozíciója közti ív (szakasz) hosszát. Ekkor a θ_1 szögre:

$$\theta_1 = \frac{s_{\text{tr}}}{2R_{\odot}} \theta \quad (2 \text{ p})$$

Vonalzóval végzett mérések alapján (az elfogadható hibával):

$$s = 180 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm} \quad (179 \text{ mm} \leq s \leq 181 \text{ mm}) \quad (1 \text{ p})$$

$$s_{\text{tr}} = 174 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm} \quad (173 \text{ mm} \leq s_{\text{tr}} \leq 175 \text{ mm}) \quad (1 \text{ p})$$

$$d = 55 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm} \quad (54 \text{ mm} \leq d \leq 56 \text{ mm}) \quad (1 \text{ p})$$

Ezekből:

$$R_{\odot} = 101,1 \text{ mm} \pm 1,2 \text{ mm} \quad (99,9 \text{ mm} \leq R_{\odot} \leq 102,3 \text{ mm}) \quad (1 \text{ p})$$

Számértékekkel:

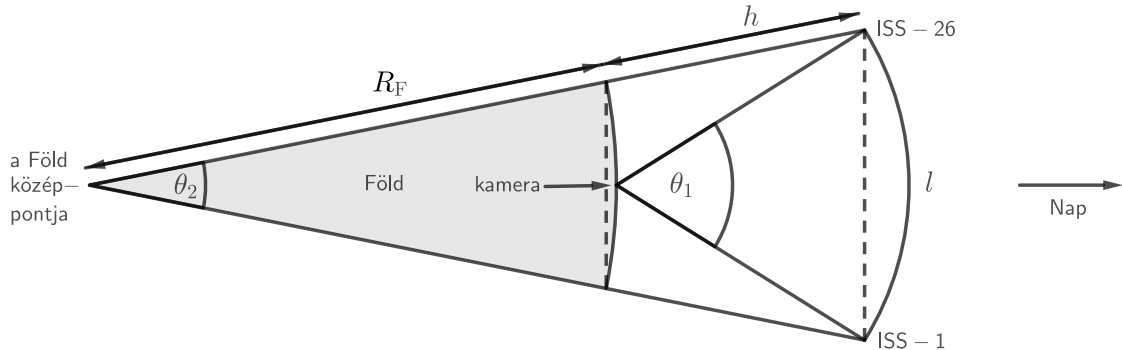
$$\boxed{\theta_1 = 27,08' \pm 0,35'} \quad (26,73' \leq \theta_1 \leq 27,43') \quad (1 \text{ p})$$

A magyarázó ábra elkészítése:

(2 p)

A vonalzóval mért értékek nyomtatóbeállítástól függően némileg eltérhetnek a megadottaktól, de mivel végül azok arányai szerepelnek, így a végeredmény szempontjából nincs jelentősége.

- b) Mivel a feltevés szerint a tranzit során a Nap a megfigyelőhely zenitjében tartózkodott, a geometriát az alábbi ábrával szemléltethetjük, amelyen R_F a Föld sugara, h az ISS földfelszín feletti magassága, ISS-1 és ISS-26 az első és utolsó napkorong előtti pozíciója, l pedig a tranzit alatt ténylegesen befutott pályáiv hossza.



Mivel a θ_1 és a θ_2 szögek is kicsik, ezért (θ_1 -et és θ_2 -t radiánban kifejezve):

$$l \approx h\theta_1 \text{ és } l \approx (R_F + h)\theta_2 \quad (2 \text{ p})$$

A két egyenletből:

$$\theta_2 \approx \theta_1 \frac{h}{R_F + h} \quad (1 \text{ p})$$

Számértékekkel:

$$\boxed{\theta_2 = 1,66' \pm 0,02'} \quad (1,63' \leq \theta_2 \leq 1,68') \quad (1 \text{ p})$$

A magyarázó ábra elkészítése:

(2 p)

A három háromszögből a szinusz-tétel alkalmazásával is levezethető a θ_1 és a θ_2 közötti kapcsolat:

$$\theta_2 = \theta_1 - 2 \arcsin \left[\frac{R_F}{R_F + h} \sin \left(\frac{\theta_1}{2} \right) \right]$$

Ennek numerikus eredménye megegyezik az előző közelítés numerikus eredményével.

- c) Az ISS első ($k = 1$) és utolsó ($k = n = 26$) napkorong előtti pozíciója között eltelt idő (θ_2 -t radiánban kifejezve):

$$t = P \frac{\theta_2}{2\pi} \quad (1 \text{ p})$$

Számértékekkel:

$$t = 0,4279 \text{ s} \pm 0,0055 \text{ s} \quad (0,4223 \text{ s} \leq t \leq 0,4334 \text{ s}) \quad (1 \text{ p})$$

A képkockák között eltelt idő:

$$\Delta t = \frac{t}{n - 1} \quad (1 \text{ p})$$

Számértékekkel:

$$\Delta t = 0,0171 \text{ s} \pm 0,0002 \text{ s} \quad (0,0169 \text{ s} \leq \Delta t \leq 0,0173 \text{ s}) \quad (1 \text{ p})$$

Végül pedig a másodpercenkénti képkockaszám:

$$\text{FPS} = \frac{1}{\Delta t} \quad (1 \text{ p})$$

Számértékekkel:

$$\boxed{\text{FPS} = 58 \text{ s}^{-1} \pm 1 \text{ s}^{-1}} \quad (57 \text{ s}^{-1} \leq \text{FPS} \leq 59 \text{ s}^{-1}) \quad (1 \text{ p})$$

A kép készítőjének közlése szerint a ZWO ASI290MM típusú videokamera tényleges sebessége 80 fps volt. A különbség magyarázható azzal, hogy nem vettük figyelembe a megfigyelő földrajzi szélességét, a Nap tényleges horizontális koordinátáit és az ISS valódi pályaelemeit.

2. Klasszikus cefeidák az OGLE–III felmérésben

75 p

- a) A kiszámolt értékeket a megoldás végén található táblázat listázza.

Helyes értékeként 0,5 pont, összesen: (15 p)

- b) A módusokat a megoldás végén található táblázat listázza.

Helyes értékeként 0,5 pont, összesen: (15 p)

- c) A következő oldalon láthatóhoz hasonló ábrát várunk milliméterpapíron. (Az ábrán már szerepel egy következő feladatrészt megoldása is.)

Vízszintes tengely skálázása: (1 p)

Vízszintes tengely felirata: (1 p)

Függőleges tengely skálázása: (1 p)

Függőleges tengely felirata: (1 p)

Ábra címe: (1 p)

Adatpontok teljesen helyes ábrázolása, hibánként $-0,5$ pont, összesen maximum: (15 p)

- d) A segédparaméterek értékei:

$$S = 17 \quad (1 \text{ p})$$

$$S_x = 16,4178 \quad (1 \text{ p})$$

$$S_y = 239,1960 \quad (1 \text{ p})$$

$$S_{xx} = 18,8248 \quad (1 \text{ p})$$

$$S_{xy} = 222,1027 \quad (1 \text{ p})$$

$$\Delta = 50,4775 \quad (1 \text{ p})$$

Az illesztett egyenes meredeksége és annak hibája:

$$a = -2,9979, \sigma_a = 0,0835 \quad (2 \text{ p})$$

Az illesztett egyenes tengelymetszete és annak hibája:

$$b = 16,9656, \sigma_b = 0,0879 \quad (2 \text{ p})$$

- e) Jelölje
- d_{dC}
- és
- $\langle m_I \rangle_{\text{dC}}$
- a
- δ
- Cephei tényleges távolságát és látszó fényességének átlagértékét,
- d_{LMC}
- és
- $\langle m_I \rangle_{\text{LMC}}$
- pedig azokat a megfelelő értékeket, amelyek akkor jellemeznék, ha a Nagy Magellán-felhőben lenne. Az illesztésből:

$$\langle m \rangle_{\text{LMC}} = a \lg P_{\text{dC}} + b \quad (1 \text{ p})$$

Számértékekkel:

$$\langle m \rangle_{\text{LMC}} = 14,78^{\text{m}} \quad (1 \text{ p})$$

A látszó fényességek közti különbség a távolságokkal a következő kapcsolatban van:

$$\langle m_I \rangle_{\text{dC}} - \langle m_I \rangle_{\text{LMC}} = 2,5 \lg \left(\frac{d_{\text{dC}}}{d_{\text{LMC}}} \right)^2 \quad (2 \text{ p})$$

Ebből pedig:

$$d_{\text{LMC}} = d_{\text{dC}} 10^{0,2(\langle m_I \rangle_{\text{LMC}} - \langle m_I \rangle_{\text{dC}})} \quad (2 \text{ p})$$

Mivel a parszekben kifejezett távolság az ívmásodpercben kifejezett évi parallaxis reciproka, így a Nagy Magellán-felhő parszekben kifejezett d_{LMC} távolsága:

$$d_{\text{LMC}} [\text{pc}] = \frac{1}{\pi_{\text{dC}} ["]} 10^{0,2(\langle m_I \rangle_{\text{LMC}} - \langle m_I \rangle_{\text{dC}})} \quad (2 \text{ p})$$

Számértékekkel:

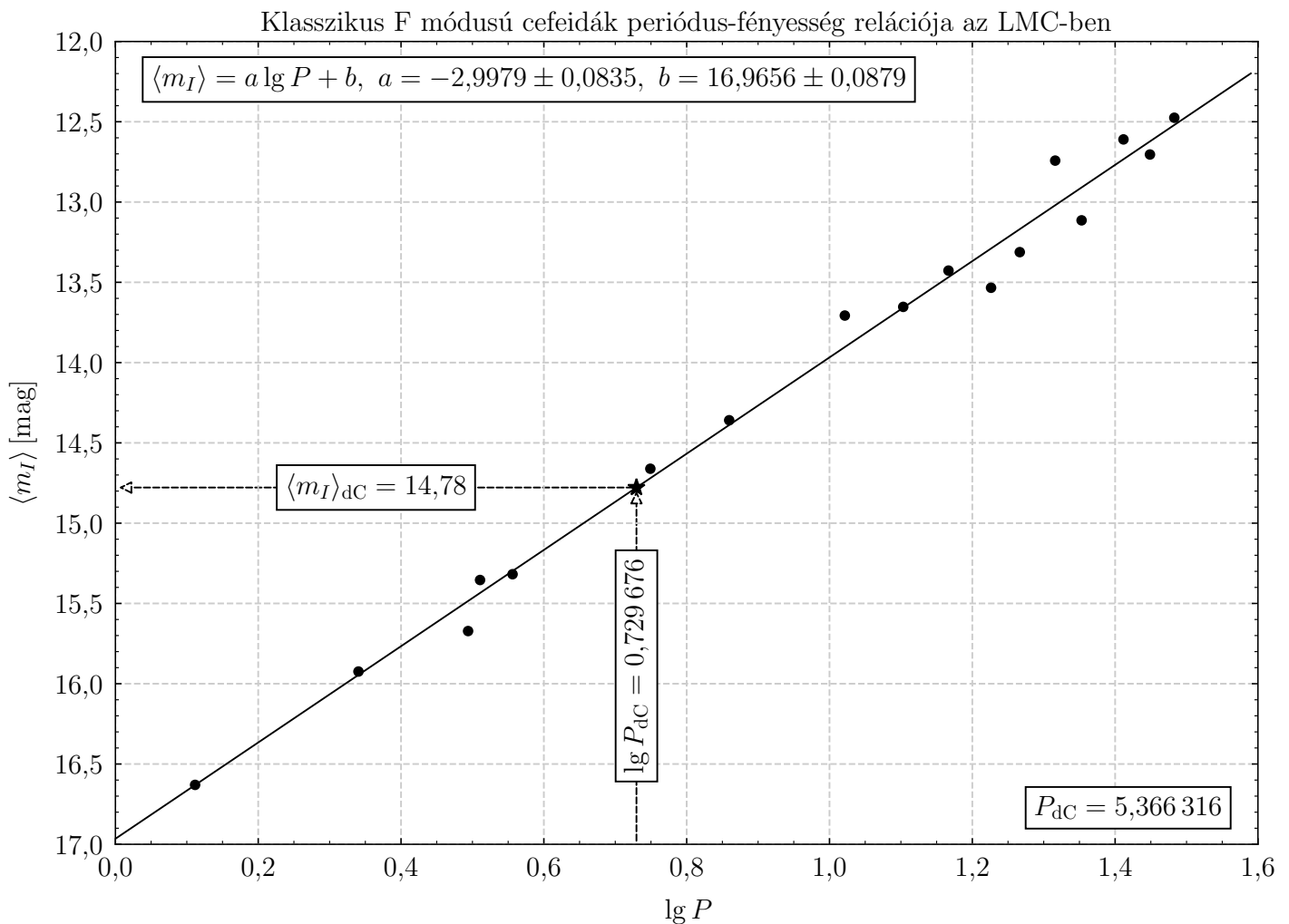
$$d_{\text{LMC}} = 54\,360 \text{ pc} \quad (1 \text{ p})$$

Kiloparszekben egészre kerekítve:

$$\boxed{d_{\text{LMC}} \approx 54 \text{ kpc}} \quad (1 \text{ p})$$

f) Az illesztett egyenes ábrázolása: (3 p)

A δ Cephei pozíciójának megjelölése (az „értékdobozok” és a „vezetőnyilak” nem kellene): (2 p)



No.	OGLE ID	$\langle m_I \rangle$	A_I	P	$\lg P$	F/10/20
1	OGLE-0002	15,672	0,257	3,1181195	0,493893	F
2	OGLE-0005	14,661	0,521	5,6120581	0,749122	F
3	OGLE-0016	13,707	0,115	10,5064564	1,021456	F
4	OGLE-0079	13,114	0,681	22,5433243	1,353018	F
5	OGLE-0091	15,318	0,422	3,5989663	0,556178	F
6	OGLE-0102	16,137	0,054	0,8399597	-0,075742	20
7	OGLE-0122	16,630	0,434	1,2929977	0,111598	F
8	OGLE-0135	16,693	0,039	0,5893938	-0,229594	20
9	OGLE-0298	16,229	0,042	0,7789320	-0,108500	20
10	OGLE-0336	16,195	0,050	0,7481119	-0,126033	20
11	OGLE-0356	13,653	0,688	12,6838476	1,103251	F
12	OGLE-0394	14,359	0,305	7,2367891	0,859546	F
13	OGLE-0603	15,546	0,044	1,2000023	0,079182	20
14	OGLE-0624	15,508	0,026	1,0672432	0,028263	20
15	OGLE-0626	15,924	0,365	2,1896920	0,340383	F
16	OGLE-0683	13,427	0,559	14,6769364	1,166635	F
17	OGLE-0712	12,742	0,497	20,7042681	1,316060	F
18	OGLE-0760	16,094	0,016	0,8795190	-0,055755	20
19	OGLE-0820	13,534	0,524	16,8364426	1,226250	F
20	OGLE-0821	12,610	0,471	25,8032221	1,411674	F
21	OGLE-1031	13,312	0,524	18,4695980	1,266457	F
22	OGLE-1058	12,475	0,706	30,3989528	1,482859	F
23	OGLE-1236	16,359	0,044	0,6827969	-0,165708	20
24	OGLE-1551	15,977	0,059	0,9308301	-0,031130	20
25	OGLE-1555	16,465	0,200	1,0380984	0,016239	10
26	OGLE-2019	12,704	0,776	28,1034025	1,448759	F
27	OGLE-2116	16,240	0,056	0,6491814	-0,187634	20
28	OGLE-2215	15,354	0,486	3,2408617	0,510660	F
29	OGLE-2320	15,652	0,043	1,0459483	0,019510	20
30	OGLE-2495	15,971	0,050	0,8824085	-0,054330	20