

Athletica Galactica csillagászati szakkör

tanári segédlet és példatár 2025

3-4. Műszerismeret és optika

Kulcsszavak: Geometriai optika alapjai (lencsék és tükrök, leképezési törvények). Távcsovek: objektív és okulár fókusztávolsága, objektív átmérője, tubushossz, nagyítás. Távcsovek és mechanikák felépítése és típusai. Fényerő, névleges és valódi látómező. Képskála (kiterjedt objektum mérete a fókuszsíkban). Felbontóképesség.

1. Szükséges fizikai ismeretek

- **Geometriai optika alapjai** (lencsék és tükrök, leképezési törvények)
- **Távcsovek** (objektív és okulár fókusztávolsága, objektív átmérője, tubushossz, nagyítás)
- **Távcsovek és mechanikák felépítése és típusai**
- **Fényerő, névleges és valódi látómező**
- **Képskála** (kiterjedt objektum mérete a fókuszsíkban)
- **Felbontóképesség**

2. Kapcsolódó csillagászati ismeretek

2.1. Ajánlott fejezetek a *Bevezetés a csillagászatba* könyvből

9. Műszertechnika

Az 541-558. oldal között: *Geometriai optika. A távcsovek típusai. Távcsoves alapismeretek.*

2.2. További ajánlott források

SZTE Csillagászat tananyag, Műszertechnika fejezet:

http://astro.u-szeged.hu/oktatas/csillagaszat/4_Muszertechnika/muszertechnika.htm

Gróf Andrea: Csillagászati feladatok a középiskolai fizika fejezeteihez (online feladatgyűjtemény,

8. fejezet):

http://fiztan.phd.elte.hu/files/kiadvanyok/Csillagaszati_feladatok.pdf

Netfizika (optika):

<http://netfizika.hu/fejezetek/fejezet/7>

3. Példatár

3.1. Távcső nagyítása és felbontóképessége, képskála

Mártit, a reményteljes amatőr csillagászt 17 éves korában határtalan öröm érte: a Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián nyújtott teljesítményéért kapott ösztöndíjából tudott magának venni egy 250/1200-as Newton-távcsövet (előbbi szám az objektív átmérője, utóbbi a fókusz távolsága mm-ben).

a) A távcső mellé járt egy 10 mm-es és egy 25 mm-es fókusz távolságú okulár is. Mekkora nagyítást érhet el velük?

b) Elég nagy-e a távcsőve ahhoz, hogy egy 2 km átmérőjű krátert megfigyeljen a Holdon?

c) Mekkora a kép mérete a telihold képe a távcsővének fókusz síkjában?

Megoldás

a)

A nagyítás a következő egyszerű képlettel határozható meg:

$$N = f_{obj}/f_{ok}$$

, ahol f_{obj} az objektív fókusza (1200 mm), f_{ok} pedig az okuláré. Behelyettesítve, a 10 mm-es okulárhoz tartozó nagyítás $N=120$, a 25 mm-es okulárhoz tartozó nagyítás pedig $N=48$.

b)

Ehhez ki kell számolnunk a távcső felbontóképességét:

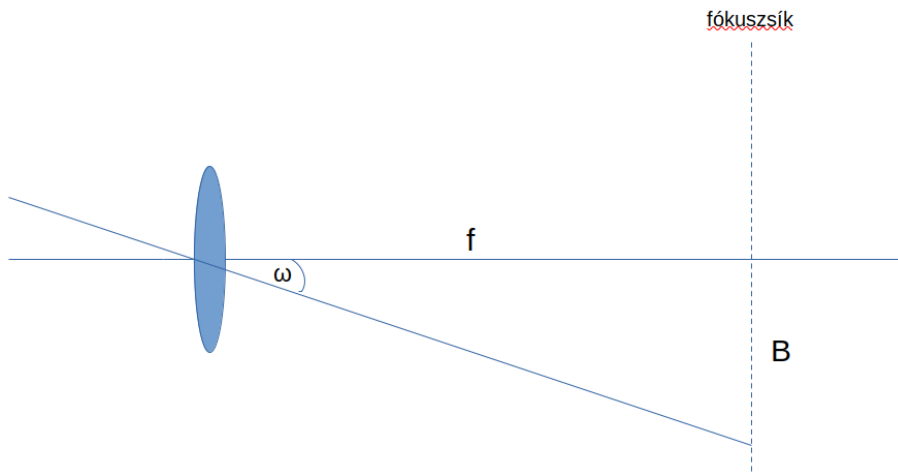
$$\Theta = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D} = 0.554''$$

ahol $\lambda = 550nm$. Már csak az a kérdés, hogy mekkora a látszik egy 2 km-es kráter a Földről nézve. A Hold távolságát $r = 384000km$ -nek véve egyszerű trigonometrikus megfontolásból következik: $\vartheta = 2 \cdot \arctan\left(\frac{1km}{384000km}\right) = 1.074''$. Mivel $\vartheta > \Theta$, ezért elméletben látható a távcsővével egy 2 km-es kráter a Holdon. Természetesen jelen számolásnál figyelmen kívül hagytuk a légkör zavaró hatását, tehát ez a felbontásérték valójában nem lesz ekkora.

c)

A szögátmérőt – néhány csillagászati tankönyv jelölése alapján – jelöljük ω -val, f az objektív fókusz távolsága, B pedig a keresett képméret. Vegyük a telihold látszó átmérőjét fél foknak! Ekkor a fókusz síkban leképeződött holdkorong mérete:

$$B = \pi/180^\circ \cdot 0,5^\circ \cdot 1200\text{mm} = 10,5\text{mm}$$



3.2. Távcső nagyítása

Kepler-távcsövünk objektívjének átmérője 90 mm, fókusz távolsága pedig 1200 mm.

Mekkora a fókusz távolsága annak a hozzá tartozó okulárnak, amelynek a kilépő nyílása 6 mm?

Mekkora a nagyítása ennek az okulárnak?

Mekkora a Hold szögátmérője ezzel a teleszkóppal nézve, ha szabad szemmel nézve éppen fél fok (30 ívperc)?

Megoldás:

1. Az ábra alapján:

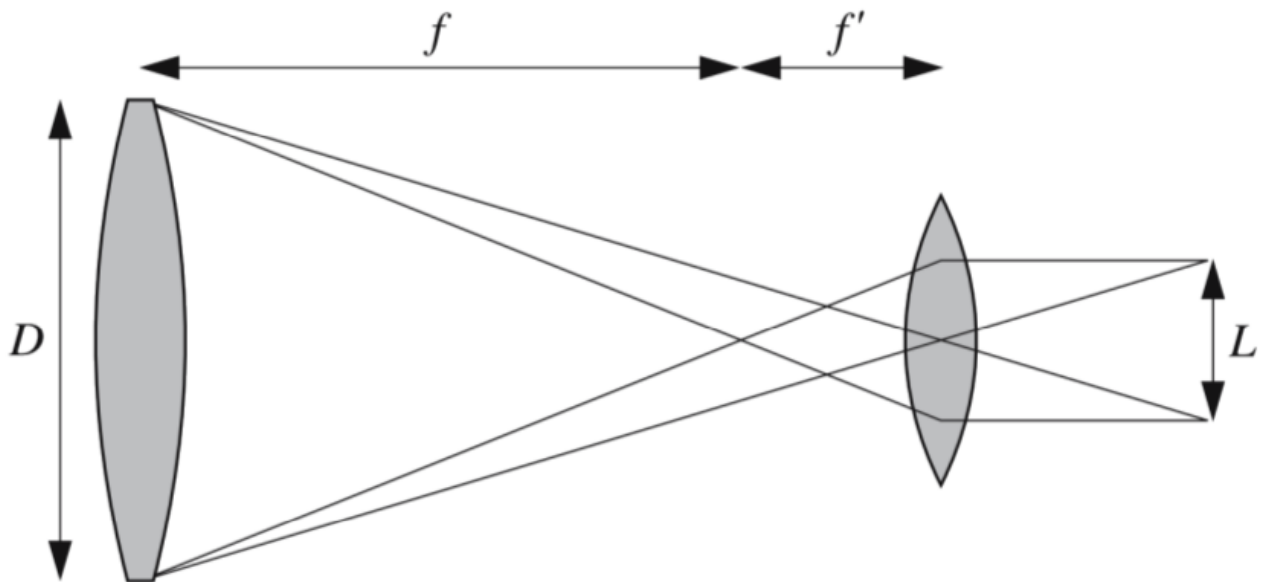
$$L = \frac{f'}{f} D \rightarrow f' = f \frac{L}{D} = 1200 \text{ mm} \cdot \frac{6 \text{ mm}}{90 \text{ mm}} = 80 \text{ mm}$$

2. A nagyítás:

$$N = \frac{f}{f'} = \frac{1200 \text{ mm}}{80 \text{ mm}} = 15$$

3. Vegyük a Hold szögátmérőjét $\alpha = 30' = 0,5^\circ$ -nak! A szögátmérője a távcsövön keresztül nézve:

$$\beta = N\alpha = 15 \cdot 0,5^\circ = 7,5^\circ$$



3.3. Távcső nagyítása és felbontóképessége

Peti ajándékba kap egy 150/750-es tükrös távcsövet (előbbi az objektív átmérője, utóbbi a fókusz távolsága mm-ben), amit azonnal ki is próbál.

a) Legfeljebb mekkora fókusz távolságú okulárt használhatott, ha a Jupiter szabad szemmel $45''$ -nek (45 ívmásodpercnak) látszó korongját legalább akkorának szerette volna látni a távcsőbe

nézve, mint amekkorának a telihold látszik szabad szemmel? (A telihold látszó átmérőjét vegyük 30,5 ívperccnek.)

b) Ha okulár helyett egy olyan detektort szerelnénk a távcsőre, amelynek érzékenységi maximuma 670 nm-nél van, akkor legfeljebb mekkora szeparációjú kettőscsillagot bonthatnánk fel vele?

Megoldás

a)

A szabad szemmel 45 ívmásodperccnek látszó Jupitert szeretnénk tehát a távcsövön keresztül nézve 30,5 ívperc ($= 30,5 \cdot 60 = 1830$ ívmásodperc) szögátmérőjűnek látni, ami

$$N = 1830''/45'' = 40,67\text{-szoros}$$

nagyításnak felel meg. Ez a nagyítás az adott távcső esetében

$$f_{ok} = f_{obj}/N = 750\text{mm}/40,67 = 18,4\text{mm}$$

fókusz távolságú okulárral érhető el, tehát ekkora vagy ennél rövidebb fókusz távolságú okulárra van szükség.

b)

Az 1/b feladatban megadott összefüggésbe $\lambda = 670$ nm-t és $D = 150$ mm-t behelyettesítve (célszerűen azonos mértékegységben!), eredményül $\Phi = 5 \cdot 10^{-6}$ (radián) = 1,1" (ívmásodperc) adódik a megfigyelendő kettőscsillag lehetséges maximális szeparációjára.

3.4. Távcső nagyítása és fényereje

Bence távcsőve egy 76/900-as Newton, vagyis az objektív fókusz távolsága 900 mm, átmérője pedig 76 mm. Zsombornak viszont egy sokkal drágább műszere van, egy 200/1400-as Newton-távcső. Ha mindketten ugyanazt a 8 mm-es fókusz távolságú okulárt használják, mekkora az általuk elérhető nagyítások aránya? Mekkora a két távcső fényereje?

Megoldás

A nagyítást az objektív és az okulár fókusz távolságának hányadosaként kapjuk, így Zsombor és Bence távcsöveinek nagyításának az aránya:

$$\frac{N_{Zs}}{N_B} = \frac{f_{obj,Zs}}{f_{ok,Zs}} \cdot \frac{f_{ok,B}}{f_{obj,B}}$$

ahol az okulárok fókusza kiesik, mert ugyanazt az okulárt használják. Ilyenkor a nagyítások aránya tehát egyszerűen az objektívek fókusz távolságainak aránya, vagyis

$$\frac{N_{Zs}}{N_B} = 1,5$$

A fényerőt úgy kapjuk, ha az objektív fókuszát elosztjuk az átmérővel, vagyis:

$$\text{fényerő} = \frac{f_{obj}}{D}$$

így Bence távcsövének fényereje **11,8**, Zsomborénak pedig **7**.

3.5. Rádiótávcső felbontóképessége

Mekkora legyen egy 21 cm-es hullámhosszon érzékeny rádiótávcső antennájának átmérője, hogy annak szögfelbontása megegyezzen egy 15 cm átmérőjű tükrös távcsőével?

Megoldás

Egy távcső szögfelbontását az alábbi képlet adja:

$$\Theta = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D},$$

ahol λ az alkalmazott hullámhossz és D a távcső átmérője. Mi azt szeretnénk, hogy $\Theta_{\text{radio}} = \Theta_{\text{optikai}}$ legyen. Azaz:

$$1,22 \cdot \frac{21 \text{ cm}}{D_r} = 1,22 \cdot \frac{500 \text{ nm}}{15 \text{ cm}}$$

Innen átrendezve kapjuk, hogy:

$$D_r = 63 \text{ km}$$

Vegyük észre, hogy ez nagyon nagy távcsőméret. Ilyen nagyot még rádiótávcsövekkel sem lehet elérni, azonban az úgynevezett rádióinterferométeres technikával elérhető ezzel megegyező felbontás több egymástól távol lévő távcső együttes alkalmazásával.

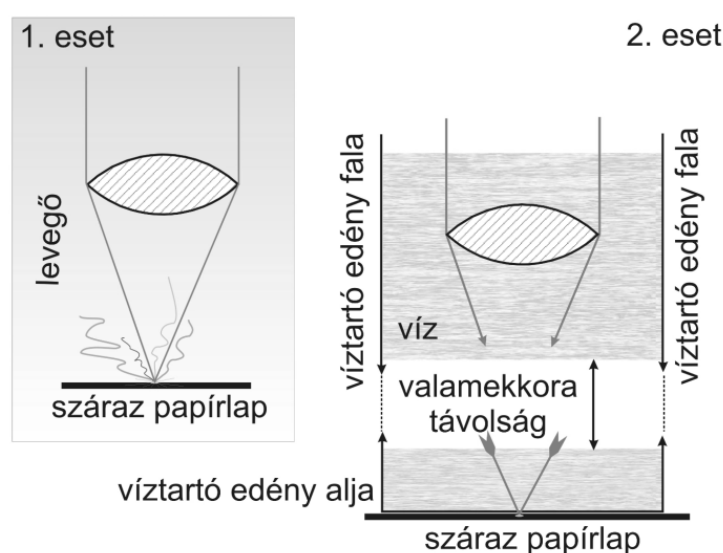
3.6. Gondoljuk végig! Napfény fókuszálása vízbe esett lencsével

Egy adott átmérőjű és fókuszú üveg gyűjtőlencse 30 másodperc alatt gyűjtja meg a fókuszába helyezett papírt. Meg tudja-e gyűjtani ugyanannyi idő alatt, ha vízbe esik?

(Minden körülményt tekintünk ideálisnak. A víz desztillált víz, felülete teljesen sima. A Nap sugarai a vízfelületre merőlegesen esnek be, a lencse optikai tengelyében. A víz egy optikailag tökéletes minőségű, plánpárhuzal üvegfalú síkokkal határolt kádban van. A papír száraz, az alsó határoló üvegfal alatt van, pont a lencse optikai tengelyében. Elegendő víz van a kádban ahhoz, hogy a lencse teljesen vízben legyen, és a lencse fókuszpontja pont az üvegen kívül, a papírlapon legyen.)

Megoldás

Egyfelől a vízben (valamint a kád alsó üvegfalában) a direkt nyalábbból kiszóródó fény, valamint az alsó üvegfal mindkét határoló felületén bekövetkező reflexió miatt is csökken a papírt elérő energiamennyiség. A fő probléma az, hogy a vízben az üveglencse fókusza többszörösére (kb. 3-szorosára) nyúlik, ennek megfelelően a Nap képe kb. háromszor akkora lesz, mint a levegőben lévő lencse esetében. Emiatt a felületegységre sokkal kevesebb energia jut, tehát a vízben lévő lencse **ugyanannyi idő alatt nem tudja meggyújtani** a papírt.



3.7. Lencsés távcsövek nagyítása és hossza

Két lencsés távcső objektívjének fókustávolsága megegyezik, legyen értékük f_0 . Az egyik távcső okulárja gyűjtőlencse, f_{gy} fókustávolsággal, míg a másiké szórólencse f_{sz} gyűjtőtávolsággal (f_{sz} pozitív szám). A végtelenben elhelyezkedő objektumra mindkét távcső N nagyítása ugyanakkora. Add meg a távcsövek hosszának arányát az N nagyítás függvényében!

Megoldás

A távcső nagyítása az objektív f_0 és az okulárlencse f_o fókusz távolságával kifejezve:

$$N = -\frac{f_0}{f_o}$$

Ha az okulár gyűjtőlencse, Kepler-, ha szórólencse, Galilei-távcsőről beszélünk. Ezek nagyítása:

$$N_K = -\frac{f_0}{f_{gy}}, \quad N_G = \frac{-f_0}{-f_{sz}} = \frac{f_0}{f_{sz}},$$

ahol a negatív előjel a fordított állású, a pozitív pedig az egyenes állású képnek felel meg.

Éles képhez az objektív- és az okulárlencsék megfelelő fókuszainak egybe kell esniük, ezért a távcső hossza:

$$L = f_0 + f_o$$

A Kepler- és a Galilei-távcsővekre így:

$$L_K = f_0 + f_{gy}, \quad L_G = f_0 - f_{sz}$$

A hosszak aránya (nyilván $L_K > L_G$):

$$\frac{L_K}{L_G} = \frac{f_0 + f_{gy}}{f_0 - f_{sz}} = \frac{\frac{f_0}{f_{gy}} + 1}{\frac{f_0}{f_{sz}} - 1} = \frac{-N_K + 1}{N_G - 1} = \frac{N + 1}{N - 1}, \text{ azaz } \boxed{\frac{L_K}{L_G} = \frac{N + 1}{N - 1}}$$

3.8. +1 Szintetizáló feladat (távcsővek + naprendszerbeli égitestek mozgása)

2016. május 9-én Merkúr-átvonulásra kerül sor, amelyet Magyarországról is megfigyelhetünk majd. A bolygó látszó szögátmérője aznap 12 ívmásodperc, a Napé 31,9 ívperc lesz.

a) Egy 76/900-as távcsövet használva (a két szám az objektív átmérőjét, illetve fókusz távolságát jelenti mm-ben) mekkora fókusz távolságú okulárt kellene használni, hogy a Merkúr korongja a távcsövön át nézve 10 ívperc átmérőjű korongnak látszódjon?

b) Az átvonulás közepén a Merkúr középpontja a Földről nézve 318,5 ívmásodpercre lesz a napkorong középpontjától. Ekkor a Merkúr pozíciósöge (azaz a bolygóhoz a napkorong közepéből húzott vektor és a napkorong északi iránya által bezárt szög, az északi iránytól órajárással ellentétes irányba mérve) $153,8^\circ$. Mekkora az átvonulás során a bolygó napkorong előtt megtett

útjának a látszólagos hossza?

c) Ha a Föld és a Merkúr azonos keringési síkban mozogna, mikor figyelhetnénk meg a következő Merkúr-átvonulást bolygónkról nézve? A könnyebbség kedvéért a Merkúr pályáját közelítsük egy 0,39 CSE sugarú körrel, keringési periódusidejét pedig vegyük 88 napnak

Megoldás:

(a) A keresett nagyítás mértéke: $(10 \cdot 60'')/12'' = 50$, ami az objektív és az okulár fókusz távolságának hányadosaként áll elő, így $900 \text{ mm}/50 = 18 \text{ mm}$ fókusz távolságú okulárt kell használni.

(b) Az ábra alapján Pitagorasz-tétellel a keresett szakasz hossza:

$$2\sqrt{R^2 - x^2} = 2\sqrt{(31,9 \cdot 0,5 \cdot 60)^2 - 318,5^2} = 902,4'' = 15,04'$$

A bolygó napkorong előtt megtett útjának a látszólagos hossza tehát $15,04'$.

(c) A Merkúr szinodikus keringési idejét keressük:

$$\frac{1}{T_{\text{szin}}} = \frac{1}{T_{\text{M}}} - \frac{1}{T_{\oplus}} \rightarrow T_{\text{szin}} = \frac{T_{\oplus} T_{\text{M}}}{T_{\oplus} - T_{\text{M}}} = \frac{365 \text{ nap} \cdot 88 \text{ nap}}{365 \text{ nap} - 88 \text{ nap}} \approx 116 \text{ nap}$$

A következő Merkúr-átvonulást tehát körülbelül 116 nap múlva figyelhetnénk meg.

