Athletica Galactica csillagászati szakkör

tanári segédlet és példatár
2025

4. Szférikus csillagászat

Kulcsszavak: Csillagok mozgása az égbolton. Földrajzi koordináta-rendszer, csillagászati koordináta-rendszerek (horizontális, I. és II. egyenlítői), delelő objektum horizont feletti magassága és cirkumpolaritás, zenittávolság. Nevezetes égi vonalak és pontok (égi egyenlítő, ekliptika, tavaszpont, őszpont). A Nap mozgása az égen, nevezetes pozíciók (nap-éj egyenlőségek és napfordulók). Csillagászati időmérés: polgári és csillagászati szürkület; Julián-dátum. Szoláris-, középszoláris és csillagnap; csillagidő, analemma.

1. Szükséges fizikai ismeretek

- **Szögmértékek: fok, szögperc, szögmásodperc, radián**
- **Szögfüggvények és trigonometrikus azonosságok**
- **Síkbeli szinusz- és koszinusz-tételek**
- **Két- és háromdimenziós Descartes-i és polárkoordináta-rendszerek**

2. Kapcsolódó csillagászati ismeretek

- **Földrajzi koordináta-rendszer:** Ha egy test helyzetét meg akarjuk adni, akkor általános ökölszabály az, hogy ahány dimenziós az objektum, annyi koordinátával adható meg a helyzete. Abban az esetben azonban, ha vannak bizonyos kényszerek, egy jól választott koordináta-rendszerrel ez csökkenhet. Például, ha én csak egy épület földszintjén tudok mozogni, akkor a padló egy kényszernek fogható fel, és elegendő csupán a padló síkjában lévő x,y koordinátáimat megadni. Földünk gömb alakja egyértelműen egy háromdimenziós test, így adná magát, hogy a Föld középpontjától x,y,z koordinátákkal írjuk le egy tetszőleges pont helyzetét. Ha viszont Descartes-i helyett r,θ,φ polárkoordináta-rendszerben adom meg a pozíciómat, akkor a Föld gömb alakját, mint kényszert, azonnal ki tudom használni: az r koordináta nem fog érdekelni, hiszen evidens, hogy mindenki ugyanazon a sugáron, a Föld felszínén mozog. Ezért van az, hogy a Földön egy tetszőleges pont megadható két szögértékkel, egy szélességi és egy hosszúsági körrel, melyek metszete egyértelmű egy gömb felszínén.

- **Éggömb és szférikus hely:** A Földről nézve az égitestek látszólag egy gömb felületén helyezkednek el. Ez az éggömb, melyet egy egységnyi sugarú gömbként definiálunk a megfigyelő körül. A körülöttünk lévő égitestek alapvetően különböző távolságokban helyezkednek el tőlünk, a perspektíva miatt viszont azt látjuk, mintha mindegyik egyenlő távolságra, a fölénk boruló éggömbön helyezkedne el. Szférikus helynek tehát azt a pontot nevezzük az éggömbön, ahol az egyébként akármekkora távolságra lévő objektumot látjuk. A szférikus csillagászatban csak ez számít, azzal foglalkozunk, hogy az éggömbön lévő égitestek mozgását hogyan írhatjuk le matematikailag.

- **Általános gömbi koordináta-rendszer:** Ahhoz, hogy definiálhassuk a különböző égi koordináta-rendszereket, először definiálnom kell magát a keretrendszert. A földrajzi koordináták is akkor nyerik csak el az értelmüket, hogy ha definiáljuk, hogy a szélességi jellegű köröket mely szélességi körhöz képest adom meg (hol fut az egyenlítő a Földön), és hogy a hosszúsági körök mely kiindulási hosszúsági körhöz képest számlálódnak (Greenwich) és milyen irányban (keleti-nyugati hosszúság). Alapvetően tehát egy általános gömbi koordináta-rendszer az alábbiakkal definiálható:

  - alapsík
  - alapirány / kiindulási irány
  - körüljárási irány

- **Horizontális koordináta-rendszer:** horizont, zenit, zenittávolság, nadír, almukantarát, vertikális kör. $P(h, A)$, ahol h a **horizont feletti magasság** és A az **azimut**, melyet délről mérünk balkéz szabály szerint, ha a hüvelykujjunk a zenit irányába mutat.

- **I. Egyenlítői/ekvatorális koordináta-rendszer:** égi egyenlítő, északi égi pólus, déli égi pólus, meridián (délkör). $P(\delta, t)$, ahol δ a **deklináció** és t az **óraszög**, melyet délről mérünk balkéz szabály szerint.

- **Főkör:** Egy gömb középpontján átmenő sík metszete a gömbhéjjal. A metszet által definiált kör átmérője a gömbön elérhető legnagyobb, tehát mindig megegyezik a gömb átmérőjével.

- **Ekliptika:** A Föld keringési síkja a Naprendszerben a Nap körül. Ez a mozgás a Földről nézve úgy képeződik le az égboltra, mintha a Nap pontosan egy év alatt körbejárna egy főkör mentén az égbolton. Ezt a főkört, melyet a Nap éves égi útjaként láthatunk, szintén ekliptikának nevezzük.

- **II. Egyenlítői/ekvatorális koordináta-rendszer:** ekliptika, tavaszpont, őszpont. $P(\delta, \alpha)$, ahol δ továbbra is a **deklináció** és α a **rektaszcenzió**, melyet a tavaszpont irányától jobbkéz szabály szerint mérünk.

- **Julián dátum:** Csillagászati számításoknál a naptári dátum helyett ún. Julián dátumot használunk, mely a Kr. e. 4713. év első napjától eltelt napok számával adja meg az időpontokat. Minden Julián nap délben kezdődik, és óra-perc-másodperc helyett a nap decimális törtrészeivel operál. A Julián dátum 2025. január elsején délben 2 460 677 volt, este 6 órakor 2 460 677,25, éjfélkor pedig 2 460 677,5. Mivel ez egy igen nagy szám, szokás olykor JD-2 400 000 vagy hasonló formában megadni. A Julián dátum előnye, hogy *folyamatos*, azaz nem veszi figyelembe a hónapok, évek, szökőévek vagy más naptári anomáliák okozta bonyoldalmakat. Másrészt mivel nem éjfélkor vált napot, így a csillagászati megfigyeléseknél az észlelés időpontjának megadásakor nem kell dátumot váltani.

- **Epocha:** A csillagászatban azt a dátumot jelöli, mely referencia pontként szolgál egy időben változó mennyiséghez. Ilyenek például egy égitest pályaelemei, vagy égi koordináták. A második ekvatoriális koordináta-rendszer alapiránya ugyanis a tavaszpont, mely a Föld forgástengelyét érintő precesszió hatására, évente 50,3"-es sebességgel vándorol az ekliptikán. A jelenlegi, Nemzetközi Csillagászati Unió által elfogadott standard rendszer a J2000.0, ami 2000. január 1. 12:00-ra van számolva.

- **Ekliptikai koordináta-rendszer:** Alapsíkja az ekliptika, ahonnan az **ekliptikai szélességet** mérjük; alapiránya a tavaszpont, ahonnan pozitív körüljárási irány (avagy jobbkéz szabály) szerint mérjük az **ekliptikai hosszúságot**: $P(\beta, \lambda)$.

- **Galaktikus koordináta-rendszer:** Alapsíkja a galaktikus egyenlítő, mely lényegében a Tejútrendszer szimmetriasíkja, innen mérjük a **galaktikus szélességet**; alapiránya a Tejútrendszer középpontjának iránya a Nyilas csillagképben, ahonnan pozitív körüljárási irány (avagy jobbkéz szabály) szerint mérjük a **galaktikus hosszúságot**: $P(b, l)$.

- **Polgári szürkület:** Ez a szürkület első fázisa, mely a $h_\odot = 0°$ napnyugtával kezdődik, és addig tart, amíg a Nap 6 fokkal a horizont alá nem süllyed. Más megfogalmazással, amíg a Nap el nem éri a $h_\odot = -6°$ horizont feletti magasságot.

- **Navigációs szürkület:** Ez a szürkület második fázisa, amikor a Nap $h_\odot = -6°$ és $h_\odot = -12°$ közötti horizont feletti magassággal rendelkezik. Ekkor már a fényesebb csillagok elkezdenek feltűnni az égen, ezáltal lehetővé téve a navigációt az égbolt alapján.

- **Csillagászati szürkület:** Ez a szürkület utolsó fázisa, amikor a Nap $h_\odot = -12°$ és $h_\odot = -18°$ közötti horizont feletti magassággal rendelkezik. Laikus szemmel itt már éjszakáról szoktunk beszélni, azonban ekkor még az égbolt háttérfényessége továbbra is fokozatosan csökken. A csillagászati éjszakáról akkor beszélhetünk, ha $h_\odot < -18°$.

- **Csillagidő:** Definíció szerint az S csillagidő a Υ tavaszpont óraszögével kapható meg: $S = t_\Upsilon$. Mérési szempontból azonban praktikusabb ezt átírni tetszőleges égitest koordinátáira. Ennek érdekében belátható, hogy: $S = \alpha + t$.

- **Szoláris idő:** A szoláris idő, vagy valódi szoláris idő, a Nap járásával összehangolt időmérési mód. Ez azt jelenti, hogy akkor van dél, amikor a Nap a délkörön helyezkedik el, azaz delel. Mivel egy delelő égitest óraszöge definíció szerint nulla, ezért a szoláris idő úgy adható meg, mint $T_{\text{sz}} = t_\odot^{\text{vn}} + 12^{\text{h}}$. Ezzel azonban az a probléma, hogy nem telik egyenletesen: ha megnézem a Nap két delelése között eltelt időt, akkor az az év során, napról napra változni fog. Ennek két oka van: a) Föld nem pont körpályán mozog a Nap körül, tehát Kepler II. törvénye miatt hol gyorsabban, hol lassabban mozgunk. Ennek megfelelően így mozog a Nap is az ekliptikán, azaz a dél hol előbb, hol később következik be b) Még ha tökéletes körpályán is keringenénk, akkor sem telne egyenletesen, mivel az ekliptika és az égi egyenlítő egymással 23,5 fokos szöget zár be, tehát a Nap rektaszcenzió-változása nem lesz egyenletes. Márpedig a szoláris idő ettől is függ, ami jól látszik, ha az óraszöget kifejezzük a csillagidő segítségével: $T_{\mathrm{sz}} = S - \alpha + 12^{\mathrm{h}}$.

- **Középszoláris idő:** Ahhoz, hogy T_{sz} egyenletesen teljen, ki kell küszöbölni a fenti két problémát: a Nap egyenetlen λ és egyenetlen α változását. Ehhez bevezetjük a 1) Fiktív Ekliptikai Középnapot, mely konstans szögsebességgel halad az ekliptikán 2) Fiktív Egyenlítői Középnapot, mely konstans szögsebességgel halad az égi egyenlítőn. Az így definiált **középnap** mozgásával írható le az immár egyenletesen telő középidő: $T_k = t_{\odot}^{\mathrm{kn}} + 12^{\mathrm{h}}$.
- **Helyi idő:** Adott földrajzi helyen a középnap által mutatott idő.
- **Zónaidő:** Ez az, amit adott földrajzi helyen az óránk mutat. Egy időzóna általánosságban 15 fok széles, és ezen belül mindenki ugyanazt az időt használja. A szomszédos időzónákban $\pm 1^{\mathrm{h}}$ eltéréssel láthatjuk ugyanazt a percet és másodpercet adott pillanatban. A zónaidőt a zóna közepén mérhető helyi idő adja meg. A gyakorlatban ez azt jelenti, hogy ha az időzóna szélén tartózkodok, és felnézek az égre amikor az órám delet mutat, akkor nemcsak az aktuális valódi és középnap közti eltéréssel fogom a Napot arrébb látni a meridiántól, hanem $7.5°(= 30')$ különbséggel is.

2.1. Ajánlott fejezetek a *Bevezetés a csillagászatba* könyvből

4.1. Éggömb

A 173-174. oldal között: *éggömb, topocentrikus és geocentrikus rendszerek.*

4.3. Koordináta-rendszerek

A 182-205. oldal között: *földrajzi koordináta-rendszer, horizontális koordináta-rendszer, I. ekvatoriális koordináta-rendszer, II. ekvatoriális koordináta-rendszer, ekliptikai koordináta-rendszer, galaktikus koordináta-rendszer, égitestek láthatósága.*

4.4. Időszámítás

A 205-218. oldal között: *valódi- és középszoláris idő, világidő, zónaidő, analemma, időegyenlet, csillagidő, Julián dátum.*

2.2. További ajánlott források

Csillagászati feladatok a középiskolai fizika fejezeteihez (Gróf Andrea):
`http://fiztan.phd.elte.hu/files/kiadvanyok/Csillagaszati_feladatok.pdf`

Csillagászati földrajz (Gábris Gyula, Marik Miklós, Szabó József):
`https://dtk.tankonyvtar.hu/xmlui/handle/123456789/13401`

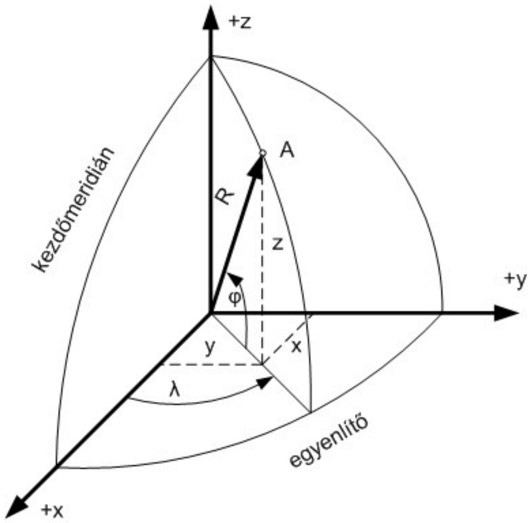
Julián dátum konverter:
`https://aa.usno.navy.mil/data/JulianDate`

3. Példatár

Térbeli polárkoordináták

Milyen átváltó képleteket írhatunk fel háromdimenziós Descartes-i és polárkoordináták között?

Megoldás



A fenti ábra alapján a következő összefüggések írhatóak fel:

$$x = R \cdot \sin\varphi \cos\lambda$$

$$y = R \cdot \sin\varphi \sin\lambda$$

$$z = R \cdot \cos\varphi$$

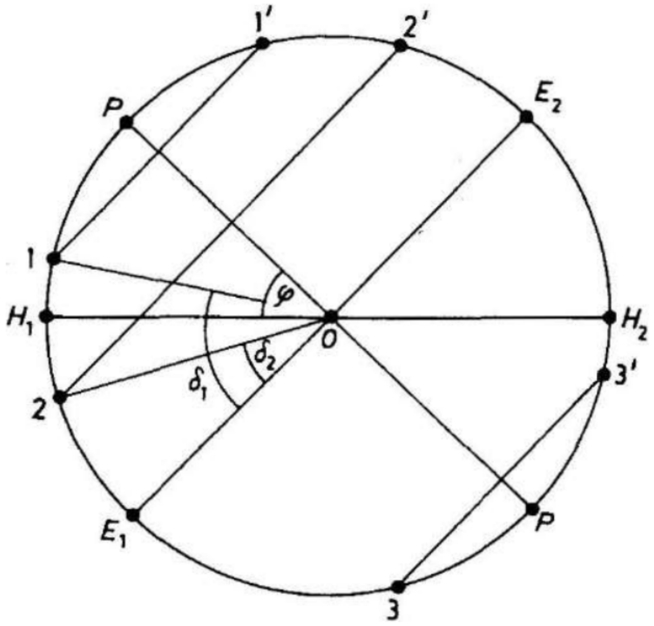
Cirkumpoláris égterület

Vezessük le, hogy adott φ földrajzi helyről nézve milyen δ deklinációjú csillagok tartózkodnak folyamatosan a horizont felett!

Megoldás

Az ilyen típusú feladatokat úgynevezett keresztmetszeti ábrákkal lehet jól illusztrálni és megoldani. Erre egy példa az alábbi ábra, mely a cirkumpolaritás feltételének meghatározásához használható: az O középpont a megfigyelő, a H_1 és H_2 közti vízszintes vonal a horizont, az E_1 és E_2 közti vonal az égi egyenlítő, P az égi pólus, φ a megfigyelő földrajzi szélessége.

Geometriai úton belátható, hogy egy φ földrajzi helyen lévő megfigyelőnek az északi (vagy déli) égi pólus pontosan φ szöggel lesz látható a horizont felett.



A cirkumpolaritás feltétele egy adott φ földrajzi helyről nézve:

$$\delta \geq 90° - \varphi$$

Adott helyről sosem látható égitestek:

$$\delta < \varphi - 90°$$

Fontos azonban figyelni arra, hogy északi vagy déli szélességen vagyunk, mert az egyenletek a déli félteken felcserélődnek, ha előjel helyesen helyettesítünk be!

Budapest csillagai

A Szíriusz ($\delta = -16{,}7°$), Hadar ($\delta = -60{,}4°$), és Capella ($\delta = 46°$) csillagok közül melyek azok, amelyek Budapestről ($\varphi = 47{,}5°$) nézve...

a) láthatóak, még ha időszakosan is?

b) cirkumpolárisak?

c) sosem láthatóak?

Megoldás

a) Szíriusz, Capella

b) Capella

c) Hadar

Betelgeuse

Budapestről nézve milyen magasan delel a Betelgeuse (α Ori, $\delta = 7°24'$ 24')?

Megoldás

A feladat megoldásához rajzoljunk fel egy, az előző feladathoz hasonló keresztmetszeti ábrát a következő lépésekben:

- Húzzuk be a horizontot, a zenitet, az égi pólust és annak horizont feletti φ magasságát az O pontból nézve. Érdemes a rajzot már a megadott adatok alapján, minél arányosabban megrajzolni.
- Jelöljük az éggömbön a B Betelgeuse-t, és húzzuk be a deklinációs szög meghatározásához szükséges vonalat ($O - B$ egyenes).
- Milyen összetevőkből állítható össze a horizont 180 foka?

Az alábbi egyenlet írható fel:

$$180° = \varphi + 90° - \delta + h$$

Átrendezve adódik:

$$h = 90° - \varphi + \delta \approx 50°$$

Rigil Kentaurus

Mely földrajzi szélességeken emelkedik maximálisan 30° magasságig az α Centauri ($\delta = -60°50'$)?

Megoldás

Az előző feladat gondolatmenete és megoldása alapján: $\varphi \leq 0{,}5°$.

Zenitben delelés

Egy adott földrajzi helyen milyen deklinációjú csillagok mennek át a zeniten?

Megoldás

A feladat megoldásához rajzoljuk fel a következő keresztmetszeti ábrát:

- A horizont egy vízszintes vonal, a zenit és nadír az erre merőleges függőón iránya által kijelölt metszéspontok az éggömbbön.
- Az égi pólus valamilyen φ szög alatt látszik az O megfigyelőtől.
- Húzzuk be a $P - P'$ pólusok által kijelölt tengelyre merőleges égi egyenlítő vonalát!
- Rajzoljuk be azt a δ deklinációs szöget, amit az éppen a zenitben lévő csillag az égi egyenlítővel bezár.

- Tudjuk, hogy a zenit és a horizont által bezárt szög 90 fok. Ez a derékszög két szögből építhető fel: egyik a δ, a másik az égi egyenlítő horizont feletti magassága.
- Utóbbit onnan vezethetjük le, hogy a horizont teljes 180 fokos szögét kiteszi a φ pólusmagasság, a derékszög a pólus és az egyenlítő között, valamint ez a keresett horizont feletti magassága az égi egyenlítőnek, melyre így $90° - \varphi$ adódik.

Felírható tehát, hogy:

$$\delta + 90° - \varphi = 90°$$

Azaz a zenitben delelő égitestek deklinációja:

$$\delta = \varphi$$

A csillagnap és középnap viszonya

Milyen hosszú egy csillagnap középidő-egységekben?

Megoldás

A középnapról tudjuk, hogy $T_\mathrm{k} = 24^\mathrm{h}$ és megadja az ekliptikai és egyenlítői középmozgást végző fiktív nap két delelése között eltelt, mindig ugyanakkora mértékű időtartamot.

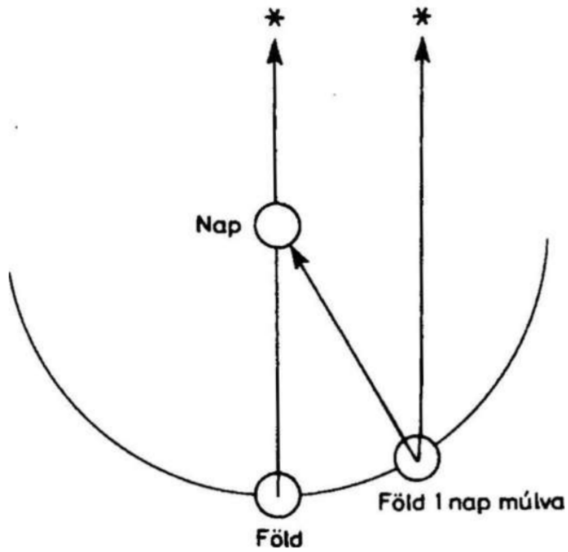
Ezzel szemben a csillagnap nem más, mint egy tetszőleges csillag két delelése között eltelt idő. Ebben a feladatban azt látjuk be, hogy miért rövidebb egy csillagnap egy középnapnál.

A feladat megoldásához rajzoljuk fel a következő ábrát:

- Középen van a Napunk, és körülötte kering a Föld, a pálya egy részletét látjuk.
- A Naptól jóval messzebb ott vannak a háttércsillagok, amik ebben a kontextusban végtelen távolinak tekinthetőek, míg a Napunk nem.
- Egy adott pontban a Földet a Nappal összekötő nyíl mutat az égbolton valamerre.
- Egy nappal később a Föld arrébb kerül a pályáján. Ekkor az eredeti nyíllal párhuzamos nyíl a háttércsillagok szemszögéből pontosan ugyanarra mutat.
- Igen ám, de akkor ez a nyíl már nem fog a Nap felé is mutatni! Ahhoz, hogy a Napunkat újra lássuk, még egy β szöget arrébb kell forduljunk! A két nyíl tehát egymással ezt a kicsi β szöget zárja be. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy amikor mi azt látjuk, hogy a Nap ismét a meridiánon van és delel, akkor nem ugyanazok a csillagok fognak delelni, más lesz a csillagidő!

Ismerve a Föld sziderikus keringési idejét (365,2422 nap) és egy középnapot (24 óra) adódik, hogy: $\beta = \left(\frac{1}{365{,}2422}\right) \cdot 360°$, ami órában számolva $\frac{1}{365{,}2422} \cdot 24^\mathrm{h} = 0{,}0657^\mathrm{h} = 3^\mathrm{m}\,56^\mathrm{s}$. Ez azt jelenti, hogy a csillagnap rövidebb, mint a középnap, méghozzá ezzel a $3^\mathrm{m}\,56^\mathrm{s}$ időkülönséggel:

$$23^\mathrm{h}\,56^\mathrm{m}\,4^\mathrm{s}$$



Karácsony éjjelén

Mennyi a csillagidő Budapesten szenteste éjfélkor, ha a Szíriusz ($\alpha = 6^{\mathrm{h}}\,45^{\mathrm{m}}$) húsz perc múlva fog delelni?

Megoldás

A csillagidő tetszőleges csillagra megadható annak t óraszögével és α rektaszcenziójával:

$$S = t + \alpha$$

Az óraszöget általában órában adjuk meg, és ennek megvan az az előnye, hogy ezzel rögtön azt is tudjuk, hogy hány órával van az adott égitest a delelés előtt vagy után. Ha a Szíriusz húsz perc múlva fog delelni, akkor $t = -20^{\mathrm{m}} = 23^{\mathrm{h}}\,40^{\mathrm{m}}$.

Innen tehát a csillagidő egyértelműen adódik: $S = 6^{\mathrm{h}}\,25^{\mathrm{m}}$.

A Nap járása az égbolton

Mik lesznek a Napnak a II. ekvatoriális koordinátái a napfordulók és napéjegyenlőségek idején? Mely csillagképekben tartózkodik ezeken a napokon?

Megoldás

a) Tavaszi napéjegyenlőség: $\alpha = 0^{\mathrm{h}}, \delta = 0°$ (Halak)

b) Nyári napforduló: $\alpha = 6^{\mathrm{h}}, \delta = +23{,}5°$ (Bika, de igencsak az Ikrek határán)

c) Őszi napéjegyenlőség: $\alpha = 12^{\mathrm{h}}, \delta = 0°$ (Szűz)

d) Téli napforduló: $\alpha = 18^{\mathrm{h}}, \delta = -23{,}5°$ (Nyilas)

Aktuális csillagidő

Egy csillagász a Greenwich-i Obszervatóriumból szemléli az égboltot a Geminidák téli meteorraj maximumának idején, december 15-én, helyi idő szerint este 8 órakor. Azt tapasztalja, a Geminidák radiánsához közeli α Geminorum (Castor, $\alpha = 7^{\mathrm{h}}\,35^{\mathrm{m}}, \delta = +31{,}88°$) még további 6 óra múlva fog csak delelni. Mennyi a csillagidő ugyanebben a pillanatban Budapesten ($\varphi = 47{,}5°, \lambda = 19°$)?

Megoldás

A csillagidő a megfigyelés pillanatában Greenwhich-ből:

$$S_G = \alpha + t = 7^{\mathrm{h}}\,35^{\mathrm{m}} - 6^{\mathrm{h}} = 1^{\mathrm{h}}\,35^{\mathrm{m}}$$

Ugyanebben a pillanatban Budapestről nézve az égbolt pontosan annyival lesz elfordulva, amennyi a két város földrajzi hosszúságának a különbsége:

$$\Delta S = \lambda_G - \lambda_B = -19° = -1{,}267^{\mathrm{h}} = -1^{\mathrm{h}}16^{\mathrm{m}}$$

Innen a budapesti csillagidőre adódik, hogy:

$$S_B = S_G - \Delta S = 1^{\mathrm{h}}\,35^{\mathrm{m}} + 1^{\mathrm{h}}\,16^{\mathrm{m}} = 2^{\mathrm{h}}\,51^{\mathrm{m}}$$

Áprilisi tréfa

Április elsején, bolondok napján, furcsa dolgok történhetnek a nagyvilágban. Vajon látunk valami furcsát Budapestről nézve az égen is? A feladat megoldásához használd az alábbi analemma-ábrázolást!

a) Milyen magasan fog delelni ezen a napon a Nap?

b) Mekkora lesz a Nap óraszöge, amikor az óránk déli 12:00-t mutat?

Megoldás

a) Az analemmáról leolvasható a Nap deklinációja: $\delta \approx +4{,}5°$. A korábbi feladatokban levezettük, hogy a delelési magasság felírható az alábbi formában:

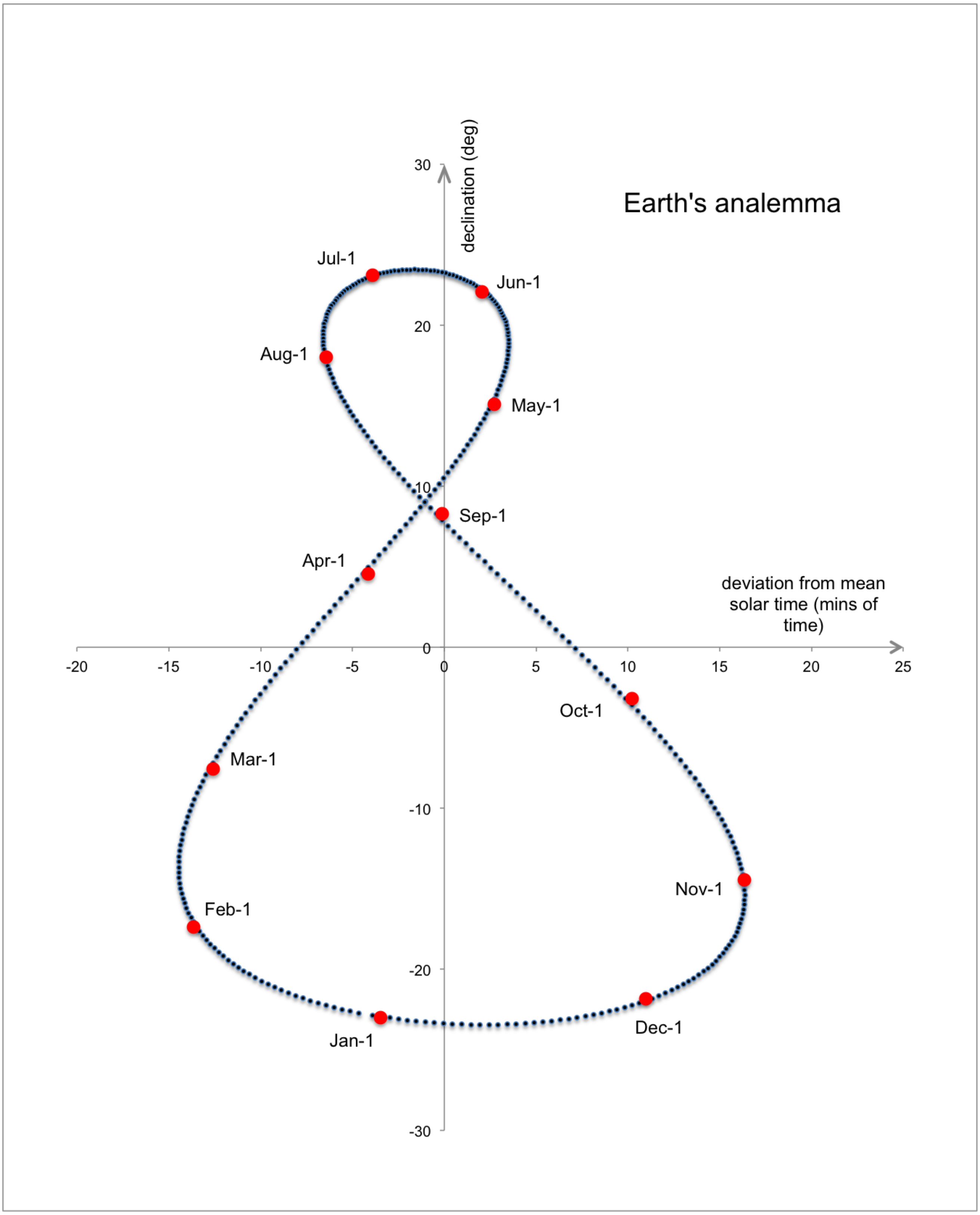
$$h_\odot = 90° - \varphi + \delta_\odot = 47°$$

Az, hogy ez pont közel megegyezik Budapest földrajzi szélességével, pusztán a véletlen műve.

b) Az analemma vízszintes tengelyén a valódi nap középnaptól vett eltérése látható. Április elsején ez $\Delta E \approx -4^{\mathrm{m}}$, ami azt jelenti, hogy amikor a középnap delel, akkor a valódi nap óraszöge $t_\odot^{\mathrm{vn}} = 23^{\mathrm{h}}\,56^{\mathrm{m}}$.

Csakhogy az óra nem a helyi időt mutatja, hanem az időzóna középvonalának helyi idejét! Magyarország időzónájának közepe $\lambda_0 = 15°$. Az innen vett eltérés:

$$\Delta\lambda = \lambda_0 - \lambda_B = -4° \implies \Delta T = -16^{\mathrm{m}}$$


Earth's analemma
declination (deg)
30
20
10
0
-10
-20
-30
deviation from mean solar time (mins of time)
-20
-15
-10
-5
0
5
10
15
20
25
Jul-1
Jun-1
Aug-1
May-1
Sep-1
Apr-1
Oct-1
Mar-1
Nov-1
Feb-1
Dec-1
Jan-1

Ennek alapján $t_{\odot}^{\mathrm{vn}} = 0^{\mathrm{h}} - \Delta\mathrm{E} - \Delta\mathrm{T} = 0^{\mathrm{h}}\,12^{\mathrm{m}}$.

Igen ám, csakhogy az óránk április elsején már nem a földrajzi időzónánk idejét mutatja! Pár nappal korábban ugyanis az ország átváltott *nyári időszámításra*, ami azt jelenti, hogy bár az időzónánk szerint Greenwich-hez képest +1 órával lennénk arrébb, ehhez további +1 órát hozzáadunk. Amikor tehát a mi óránk 12:00-t mutat, akkor a Nap még biztosan valahol a meridián előtt fog járni nagyjából egy órával!
Nagyon fontos, hogy az előjeleket jól gondoljuk át: 1) az időegyenlítésből fakadó ΔE előjele negatív, azaz délben még a meridián előtt jár 2) az időzóna közepéhez képest mi nagyobb hosszúsági körön fekszünk, vagyis délben a mi egünkön a Nap már túlment a meridiánon 3) a nyári időszámítást ebben a kontextusban úgy kell elképzelni, mintha az új időzónánk közepe $\lambda_0' = 30°$ lenne, tehát amikor delet mutat az óránk, a Nap a mi egünkön még jóval a delelése előtt jár. Összességében tehát a Napunk óraszöge, amikor 12:00-t mutat az óránk:

$$t_{\odot}^{\mathrm{vn}} = 0^{h} - \Delta E - \Delta T - 1^{\mathrm{h}} = 23^{\mathrm{h}}\,12^{\mathrm{m}}$$

Észlelések a téli napforduló idején

A Piszkéstetői Obszervatóriumban ($\varphi = 47{,}92°, \lambda = 19{,}88°$) a csillagászok a navigációs szürkület befejeztével kezdenek el észleléseket végezni a távcsövekkel.

Gömbháromszögtani összefüggésekből levezethető, hogy egy kelő/nyugvó égitest óraszöge kifejezhető az égitest deklinációjával és a megfigyelő földrajzi szélességével:

$$\cos t = -\tan\delta\tan\varphi$$

a) Milyen hosszú ilyenkor egy éjszaka? A napnyugta és napkelte közti időkülönbséget határozzuk meg!

a) A téli napforduló estéjén mennyi időt kell várniunk a csillagászoknak a napnyugtától számítva a megfigyelések kezdetéig, ha a Nap óraszöge $h = -12°$ esetén $t = 5^{\mathrm{h}}\,30^{\mathrm{m}}$?

b) A következő reggel, amikor felkel a Nap, mennyit mutat a csillagász órája?

Megoldás

a) Az óraszögeket azért is szokás időmértékegységben kifejezni, mert ezzel közvetlen információkat kaphatunk arról, hogy az égitest hány órával jár a delelés előtt vagy után. Ebből kifolyólag, ha veszek két tetszőleges óraszöget, akkor a köztük lévő különbség is megadja a két állapot között eltelt időt.

A fenti képletet szokás a *félnapi ív* képletének is nevezni, ugyanis a keléstől a delelésig a horizont felett töltött teljes napi ívének a felét járja be az égbolton. A delelő Nap óraszöge definíció szerint nulla, így a nyugvó Nap óraszöge egy az egyben megadja a Nap horizont felett tartózkodási idejének a felét. Mivel a téli napforduló napja van, a Nap deklinációját vehetjük $-23{,}5°$-nak. Ezalapján:

$$\cos t_0 = -\tan(-23{,}5°)\tan(+47{,}92°) \implies t_0 = 61{,}21° = 4^{\mathrm{h}}\,5^{\mathrm{m}}$$

Az éjjel hossza tehát:

$$\Delta T_1 = 24^{\mathrm{h}} - 2 \cdot t_0 = 15^{\mathrm{h}}\,50^{\mathrm{m}}$$

b) A Nap óraszöge az észlelés kezdetén adott. A napnyugta és a csillagászati szürkület kezdete közti időtartam kifejezhető a két óraszög különbségeként:

$$\Delta T_2 = t - t_0 = 1^{\mathrm{h}}\,25^{\mathrm{m}}$$

c) Az analemma alapján jól látszik, hogy a Nap deklinációja a téli napforduló körül szinte alig változik, így $\delta_\odot \approx -23{,}5°$ továbbra is igaz. Ezzel a kelő Nap óraszöge továbbra is t_0. Ha a kérdés a helyi valódi szoláris időre vonatkozna, akkor az óra $T_{\mathrm{sz}} = 12^{\mathrm{h}} - t_0$ értéket mutatna. Ezt egyrészt korrigálni kell a helyi középszoláris időre, majd ezt korrigálni kell még a polgári időre, azaz az adott időzónára vonatkoztatott zónaidőre. Az időegyenlítés becsült mértéke a fenti analemma alapján éppen nulla, gyakorlatilag néhány másodpercről lenne csak szó, így ezt elhanyagolhatjuk. A helyi idő és a zónidő közti különbség a hosszúság különbségekből $\Delta\lambda = 15° - 19° = -4° = -16^{\mathrm{m}}$. Így tehát:

$$T = 12^{\mathrm{h}} - t_0 + \Delta\lambda = 12^{\mathrm{h}} - 4^{\mathrm{h}}\,5^{\mathrm{m}} - 16^{\mathrm{m}} = 7^{\mathrm{h}}\,39^{\mathrm{m}}$$

Égitestek jellemzése különféle égi koordináta-rendszerekkel

Milyen jellemző galaktikus szélességeken és hosszúságokon láthatunk: bolygókat, nyílthalmazokat, gömbhalmazokat, galaxisokat?

Bolygók Akárcsak a Földünk, a Naprendszerünk összes többi bolygója is közel az ekliptika síkjában kering. Mivel az ekliptika $\beta = 0°$ definíció szerint, ezért a bolygók nagyon kicsi ekliptikai szélességeken találhatók meg.

Nyílthalmazok Mivel ezek fiatal csillagcsoportosulások, ezért a Tejútrendszernek azon részében találhatók, ahol aktív a csillagkeletkezés. Ez nem más, mint a spirálkarok, melyek a Tejútrendszer fősíkjában helyezkednek el. Ennek megfelelően őket *alacsony galaktikus szélességeken* láthatjuk leginkább. Gyakorlatban ez azt jelenti, hogy a Tejútrendszer síkjában és ahhoz közel.

Gömbhalmazok Ezek a több százezer csillagot tartalmazó halmazok a Tejútrendszer halójában helyezkednek el, azaz a központi dudor körül gömbszimmetrikusan. Mivel a Naprendszer azonban nem a Tejútrendszer középpontjában, hanem attól kb. 8 kpc távolságra található, a perspektíva miatt azt látjuk, hogy a legtöbb gömbhalmaz a Saggitarius csillagkép körül csoportosul, mely a Tejút központjának iránya. Ők tehát többnyire ± *kis galaktikus hosszúságokon és szélességeken* találhatók meg.

Galaxisok Galaxisokat érdekes módon a Tejútrendszer síkjában nem igazán látunk. Ez azonban nem azért van, mert abban az irányban nincsenek, hanem azért, mert a galaxisunk fősíkjában lévő csillagközi gáz és porfelhők okozta extinkció elfedi az ő halvány fényüket. Galaxisokat tehát leginkább *magasabb galaktikus szélességeken* lehet találni.

Távolságok égen és földön

Köztudott állítás, hogy két pont között a legrövidebb út az egyenes. Ez az állítás mindaddig igaz, amíg nincsen valamilyen kényszer, ami mentén kizárólagosan mozoghatunk. Ha a Földünket gömbnek közelítjük, akkor nyilvánvaló, hogy két város között nem az egyenes lesz a legrövidebb út, hiszen mindenképpen a gömb felszínén kell mozognunk. Érdekes módon egy gömb felszínén a legrövidebb távolság nem azonos szélességi körök mentén, hanem ún. főkörök mentén történik.

Ismerve A város φ_A és λ_A, valamint B város φ_B és λ_B koordinátáit, a két város x távolsága szögmértékekben az alábbi egyenlettel fejezhető ki:

$$\cos x = \sin\varphi_A \sin\varphi_B + \sin\varphi_A \sin\varphi_B \cos(\lambda_B - \lambda_A)$$

a) Ennek az analógiájára hogyan határozhatjuk meg két csillag távolságát az éggömbön, ha ismerjük azok II. ekvatoriális koordinátáit?

b) Számítsuk ki ezalapján az α UMa (Dubhe) és β UMa (Merak) távolságát! A II. egyenlítői koordinátáik rendre: $\alpha_D = 11^{\mathrm{h}}\,43^{\mathrm{m}}, \delta_D = +61°45'$ és $\alpha_M = 11^{\mathrm{h}}2^{\mathrm{m}}, \delta_M = 56°23'$.

c) Az északi égi pólus nagyon közel, mindössze $\sim 45'$-re található a Sarkcsillaghoz (Polaris, α UMi). Közkedvelt megtalálási módja a Sarkcsillagnak ($\alpha = 2^{\mathrm{h}}32^{\mathrm{m}}, \delta = +89°16'$) a göncölszekér hátsó két csillaga (α és β UMa) távolságának meghosszabbítása ötször. Tényleg igaz ez az állítás?

Megoldás

a) A II. ekvatoriális koordináták a δ deklináció és α rektaszcenzió. Az egyenletben egész egyszerűen kicseréljük a szélességi és hosszúsági jellegű koordinátákat az egyik rendszer értékeiről a másikra:

$$\cos x = \sin\delta_A \sin\delta_B + \sin\delta_A \sin\delta_B \cos(\alpha_B - \alpha_A)$$

b) Behelyettesítve a képletbe adódik:

$$\cos x = 0{,}99605 \implies x = 5{,}093°$$

c) Azt már tudjuk, hogy a Merak-Dubhe távolság 5 fok. Nézzük meg, hogy mennyi a Merak-Polaris távolság, és hogy az tényleg 25 fok környékén van-e!

$$\cos x' = 0{,}83969 \implies x = 32{,}89°$$

Valójában tehát inkább $\sim$ 6,5-szer kell felmérni ezt a távolságot, hogy elérjünk a Sarkcsillaghoz.

Alternatív megoldás: egész egyszerűen vegyük a Polaris deklinációját 90 foknak, ekkor az északi égi pólusban vagyunk, melynek a távolsága a Merak-tól egész egyszerűen $x = 90° - \delta_M \approx 33{,}6°$. Láthatjuk azért, hogy majdnem egy teljes fok eltérés van azért a két megoldás között így, tehát ez inkább közelítés, mint önálló megoldás!