Athletica Galactica Kárpát-medencei Középiskolai Csillagászati és Asztrofizikai Verseny
Döntő, 2026

BELTÉRI ÉSZLELÉSI FELADATSOR

MEGOLDÓKULCS

75 perc, 40 pont

Kód: ....

Jászberény
2026. március 21.

1. A Phaethon kisbolygó [10 perc, 10 pont]

a) A feladat első 5 percében állítsd a (3200) Phaethon kisbolygó nyomát távcsöved látómezejének közepére, majd hívj távcsövedhez egy segítőt. [3 pont]

Megoldás.

A kisbolygó az Androméda-galaxistól jobbra le látszik, fényes, egyenes csíkként.

✓ (3 pt)

✗ (0 pt)

b) Adj becslést a kisbolygónak a megfigyelő szemszögéből vett pillanatnyi látszó ω szögsebességére! Mutasd be az alábbi keretben részletesen méréseid, számításaid! Válaszod °/nap egységekben add meg. [5 pont]

Megoldás.

Az M31 az Androméda-galaxis, az M32 pedig a képen tőle lefelé látszó, kicsi, kompakt kísérőgalaxis. (Az M31-től jobbra felfelé az M110 látszik, a kép bal oldalán lévő fényes csillag pedig a ν And.) Előbbiek szögtávolsága $\alpha_{\mathrm{M31-M32}} = 24'$. Ehhez hasonlíthatjuk a nyom $\Delta\varphi$ hosszát, azaz a képről $p = \dfrac{\alpha_{\mathrm{M31-M32}}}{\Delta\varphi}$ egy becsülhető mennyiség, melynek értéke hozzávetőlegesen $p = 2{,}4$. Innen a nyom hosszát kifejezve:

$$\Delta\varphi = \alpha_{\mathrm{M31-M32}}/p = 24'/p, \qquad [1 \text{ pont}]$$

amelyre a numerikus értékek: [2 pont]

$$\Delta\varphi = 9{,}9'$$

$$\Delta\varphi \in [8{,}5'; 11{,}5'] \qquad (2 \text{ pt})$$

$$\Delta\varphi \in [7{,}0'; 13{,}0'] \qquad (1 \text{ pt})$$

Innen a szögsebesség:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{660\ \mathrm{s}}, \qquad [1 \text{ pont}]$$

numerikus értékkel

$$\omega = 21{,}5\ {}^\circ/\mathrm{nap}. \qquad [1 \text{ pont}]$$

A numerikus értékhez tartozó 1 pont $\Delta\varphi$ bármilyen (fizikailag értelmes) értékéből való helyes továbbszámolás esetén megadható. Példaképp, különböző $\Delta\varphi$ értékekből a következő numerikus eredmények adódnak:

$\Delta\varphi$ [′]	7,0	8,5	10,0	11,5	13
ω [°/nap]	15,3	18,5	21,8	25,1	28,4

c) Az alábbiak közül a kisbolygók melyik kategóriájába esik a (3200) Phaethon? Válaszodat a megfelelő négyzetbe írt kereszttel jelöld. [2 pont]

Megoldás.
Földsúroló; ✗ (vagy egyéb egyértelmű jelölés) a hozzá tartozó (és csak a hozzá tartozó) rubrikában. (2 pt)

Ehhez vezető lehetséges gondolatmenetek (indoklás adása nem elvárt):

- A kapott nagy szögsebesség (naponta kb. 20 fok) csak a hozzánk igen közel haladó, földsúroló aszteroidák esetén lehetséges.
- A kisbolygó a Perseida meteorraj forrása. Ez azért lehetséges, mert pályája, aminek közelében a törmelékdarabjait (meteoroidokat) elszórja, közelítőleg metszi a Föld pályáját – azaz földsúroló.

2. A Szaturnusz távolsága [10 perc, 12 pont]

a) Határozd meg a Hold β fázisszögét, azaz a Nap–Hold–Föld-szöget fokokban! [5 pont]

Megoldás.
Definiáljuk a p fázist, amely a Hold terminátorra merőleges átmérőjének megvilágított hányada.

A p fázisra a kép alapján becslést adhatunk; akár szabad szemmel is, de pontosabb a távcsőbe állítani, és annak kör alakú látómezejéhez viszonyítani. A várt numerikus értékek: [2 pont]

$$p = 0{,}80,$$
$$p \in [0{,}70; 0{,}88], \qquad (2\text{ pt})$$
$$p \in [0{,}65; 0{,}92]. \qquad (1\text{ pt})$$

A fázisegyenlet, azaz a p fázis és a β fázisszög közötti összefüggés:

$$p = \frac{1 + \cos\beta}{2} \iff \beta = \arccos(2p - 1), \qquad [2\text{ pont}]$$

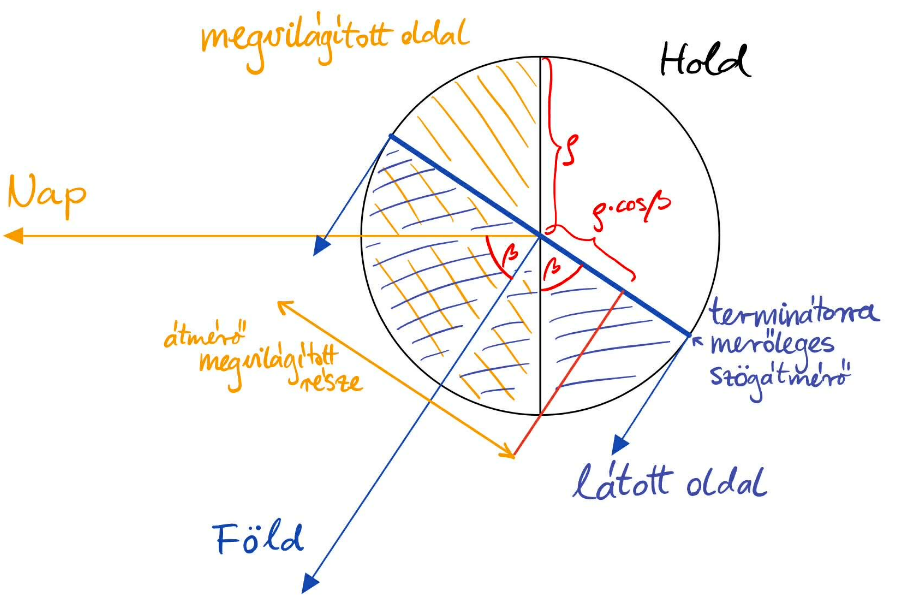
kihasználva, hogy $\beta \in [0°; 180°]$, amely tartományon a koszinuszfüggvény kölcsönösen egyértelmű. (A pontok a fenti két alak bármelyikéért, vagy egyéb, ezekkel ekvivalens kifejezésért megadhatóak.)

Levezetés. Ez a képlet fejből ismerhető (szerepel a Képletgyűjteményben is), de le is vezethető. Például ebben az esetben, amikor $p > 0{,}5$, akkor a terminátorra merőleges, azt metsző, részben megvilágított ϱ (szög)sugara $\frac{2\varrho \cdot p - \varrho}{\varrho} = 2p - 1$ arányban van megvilágítva. Az alábbi keresztmetszeti ábrán (amely síkja a Hold középpontját tartalmazza) könnyen látható, hogy ez az arány $\cos\beta$, ahonnan a fenti reláció triviálisan adódik.

Innen a fázisszög:

$$\beta = 53°. \qquad [1\text{ pont}]$$

A pont számolásra jár, a megadott válasz a mért p eredménnyel kell konzisztens legyen, a megfelelő mértékegység elvárt. Néhány példa, hogy adott p értékből milyen β következik:

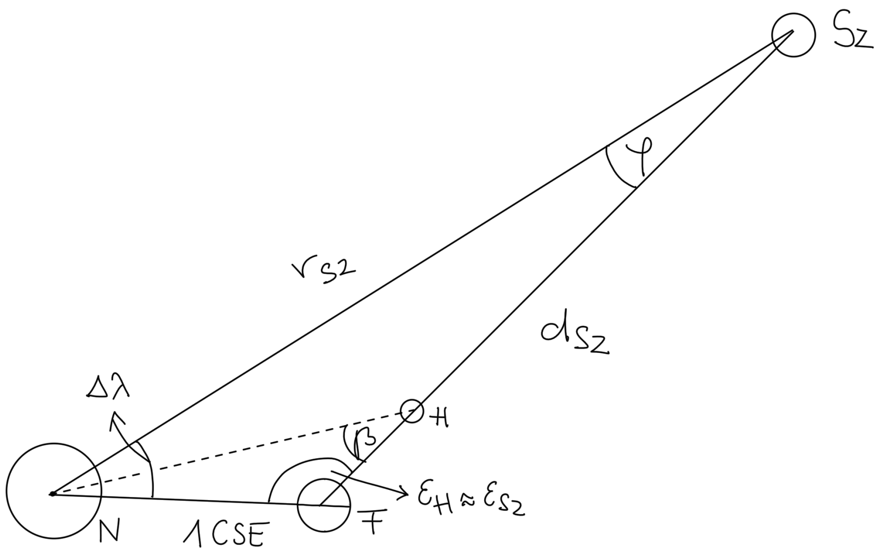


p	0,65	0,70	0,80	0,88	0,92
β [°]	73	66	53	41	33

Alternatív megoldás. A p fázis helyett azzal ekvivalens, ugyancsak közvetlenül becsülhető mennyiség becsléséért is jár pont; ilyen lehet pl. az átmérő helyett a sugár megvilágított hányada, a megvilágított terület a korong területéhez viszonyított aránya (ez p-vel egyenlő) stb. A β szög „közvetlen", akár indoklás nélküli becsléséért a feladatrészre adható 5 pontból csak a kapott numerikus eredmény értékelhető (max. 2 pont, a fenti határoknak megfelelően).

b) Határozd meg a Szaturnusznak a Naptól való $\varepsilon_{\mathrm{Sz}}$ elongációját fokokban! [2 pont]

Megoldás.



A fázisszög kiszámítása után a Hold ε_{H} elongációjának (azaz a Nap–Föld–Hold-szögnek) számításánál alkalmazható az a közelítés, hogy Föld–Hold-távolság sokkal kisebb a Nap–Földtávolsághoz képest, amiből adódóan a Föld–Nap–Hold-szög β-hoz képest elhanyagolható, így:

$$\varepsilon_\mathrm{H} \approx 180° - \beta. \qquad [1\ \text{pont}]$$

Alternatív módon, az elhanyagolás nélkül a d_H (átlagos) Föld–Hold-távolság, 1 CSE (átlagos) Nap–Föld-távolság és β ismeretében a Föld–Nap–Hold-hegyesszög szinusztétellel számolható, ahonnan ε_H a háromszög belső szögeinek összegéből adódik.

A Szaturnusz továbbá kellően közel (annak kb. fél fokos átmérőjéhez viszonyítva kb. 0,3°-ra) látszódik a Holdhoz ahhoz, hogy éljünk a követetkező közelítéssel, ahol ε_Sz a Szaturnusz elongációja, azaz a Nap–Föld–Szaturnusz-szög:

$$\varepsilon_\mathrm{Sz} \approx \varepsilon_\mathrm{H}. \qquad [1\ \text{pont}]$$

Alternatív módon, a fenti becslés alkalmazásával, egy némileg pontosabb közelítés lehet például:

$$\varepsilon_\mathrm{Sz} \approx \varepsilon_\mathrm{H} - 0{,}3°,$$

amely pontosság nem elvárt, de természetesen ugyancsak teljes megoldás.

Néhány példa az $\varepsilon_\mathrm{Sz} \approx \varepsilon_\mathrm{H} \approx 180° - \beta$ közelítéssel kapott numerikus eredményre:

p	0,65	0,70	0,80	0,88	0,92
ε_Sz [°]	107	114	127	139	147

c) Határozd meg a Szaturnusznak a Földtől vett d_Sz távolságát csillagászati egységben! [5 pont]

Megoldás.
A feladat megadja, hogy a Szaturnusz perihéliumban van, ahonnan kiszámolható az aktuális r_Sz Nap–Szaturnusz-távolság.

$$r_\mathrm{Sz} = a_\mathrm{Sz}(1 - e_\mathrm{Sz}) = 9{,}537\ \text{CSE} \cdot (1 - 0{,}054) = 9{,}02\ \text{CSE}. \qquad [1\ \text{pont}]$$

$r_\mathrm{Sz} = a_\mathrm{Sz}$ feltételezés esetén a fenti 1 pont nem adható meg, de a későbbiekben nem jár pontlevonással.

Innen a Szaturnusz a Földtől vett d_Sz távolsága például az alábbi két módszer egyikével számolható.

I. módszer: két szinusztétellel. Először felírható:

$$\frac{\sin\varphi}{1\ \text{CSE}} = \frac{\varepsilon_\mathrm{Sz}}{r_\mathrm{Sz}},$$

ahol φ a Nap–Szaturnusz–Föld-szög. Mivel a Szaturnusz külső bolygó, φ hegyesszög, így a szinuszfüggvény inverzét a következő módon vehetjük:

$$\varphi = \arcsin\left(\sin\varepsilon_\mathrm{Sz} \cdot \frac{1\ \text{CSE}}{r_\mathrm{Sz}}\right). \qquad [1\ \text{pont}]$$

Néhány példa φ értékére (ezt megadni nem elvárt):

p	0,65	0,70	0,80	0,88	0,92
φ [°]	6,1	5,8	5,1	4,1	3,4

amiből a $\Delta\lambda$ Föld–Nap–Szaturnusz-szög:

$$\Delta\lambda = 180^\circ - \varepsilon_{\mathrm{Sz}} - \varphi. \qquad [1 \text{ pont}]$$

Még egy szinusztételt felírva a $d_{\mathrm{Sz}}, \Delta\lambda$ és egy másik oldal-szög párra, a d_{Sz} távolság:[1 pont]

$$d_{\mathrm{Sz}} = r_{\mathrm{Sz}} \cdot \frac{\sin \Delta\lambda}{\sin \varepsilon_{\mathrm{Sz}}}$$

vagy

$$d_{\mathrm{Sz}} = 1 \text{ CSE} \cdot \frac{\sin \Delta\lambda}{\sin \varphi}.$$

II. módszer: koszinusztétellel, egy másodfokú egyenlet megoldásán keresztül. A Szaturnusz elongációjára felírva a koszinusztételt:

$$r_{\mathrm{Sz}}^2 = d_{\mathrm{Sz}}^2 + (1 \text{ CSE})^2 - 2 \cdot d_{\mathrm{Sz}} \cdot (1 \text{ CSE}) \cos \varepsilon_{\mathrm{Sz}}. \qquad [1 \text{ pont}]$$

Ebből d_{Sz} kifejezve:

$$d_{\mathrm{Sz}} = \frac{2 \cdot (1 \text{ CSE}) \cdot \cos \varepsilon_{\mathrm{Sz}} \pm \sqrt{4 \cdot (1 \text{ CSE})^2 \cdot (\cos^2 \varepsilon_{\mathrm{Sz}} - 4 \cdot (1 \text{ CSE})^2 \cdot (-r_{\mathrm{Sz}}^2)}}{2}. \qquad [1 \text{ pont}]$$

Ha versenyző másodfokú egyenletet megoldani tudó számológéppel számol, elég, ha az egyenlet nullára van rendezve.

A pozitív megoldást választva:

$$d_{\mathrm{Sz}}[\text{CSE}] = \cos \varepsilon_{\mathrm{Sz}} + \sqrt{(\cos \varepsilon_{\mathrm{Sz}})^2 + \left(\frac{r_{\mathrm{Sz}}}{1 \text{ CSE}}\right)^2}. \qquad [1 \text{ pont}]$$

Numerikus eredmény: [1 pont]

p	0,65	0,70	0,80	0,88	0,92
d_{Sz} [CSE]	8,7	8,6	8,4	8,2	8,2

A numerikus értékhez tartozó 1 pont $\varepsilon_{\mathrm{Sz}}$ bármilyen (fizikailag értelmes) értékéből való helyes továbbszámolás esetén megadható.

3. A Ceres oppozícióban [20 perc, 18 pont]

a) A feladat első 5 percében keresd meg távcsöveddel a Cerest az 1. képen, és állítsd a törpebolygót látómeződ közepére! Amikor elkészültél, hívj távcsövedhez egy segítőt. A bemutatáshoz a 10 mm-es okulárt használd! [3 pont]

Megoldás.
A kisbolygó helyét a csatolt térképen az A pozíció jelzi.
✓ és 10 mm-es okulár (3 pt)
✓ és 25 mm-es okulár (2 pt)
✗ (0 pt)

b) Adj becslést a Ceres törpebolygó 1. képen látható m látszó fényességére! Eredményed magnitúdóban add meg. [3 pont]

Megoldás.

$$m = 7{,}5,$$
$$p \in [7{,}3; 7{,}7], \quad (3 \text{ pt})$$
$$p \in [7{,}1; 7{,}9], \quad (2 \text{ pt})$$
$$p \in [6{,}9; 8{,}1]. \quad (1 \text{ pt})$$

c) A 2., a 3., majd a 4. képen keresd meg távcsöveddel a törpebolygót, és jelöld helyzetét minél pontosabban a térképre rajzolt $\times$ jellel, valamint a kép a jelölő mellé írt sorszámával! [3×3 pont]

Megoldás.
Az egyes helyzetekre vonatkozó toleranciaszinteket a következő oldal térképén mutatott körök jelölik. Ezeknek megfelelően a helyzetekre egyenként a következő pontok adhatóak (a rajzolt kereszt metszéspontját tekintve):

Belső körben (3 pt)
Belső gyűrűben (2 pt)
Külső gyűrűben (1 pt)
Külső körön kívül (0 pt)
Hiányzó vagy helytelen sorszám (-1 pt)

Helyzetenként legalább 0 pont. 2., 3., 4. számozás helyett 1., 2., 3. számozás is teljes pontszámmal elfogadható, ha ez egyértelműen kiderül.

d) Mely napok estéjén készültek az egyes képek? Írd az egyes képek sorszámát (2., 3. és 4.) a készítésük dátumához tartozó rubrikába! [3×1 pont]

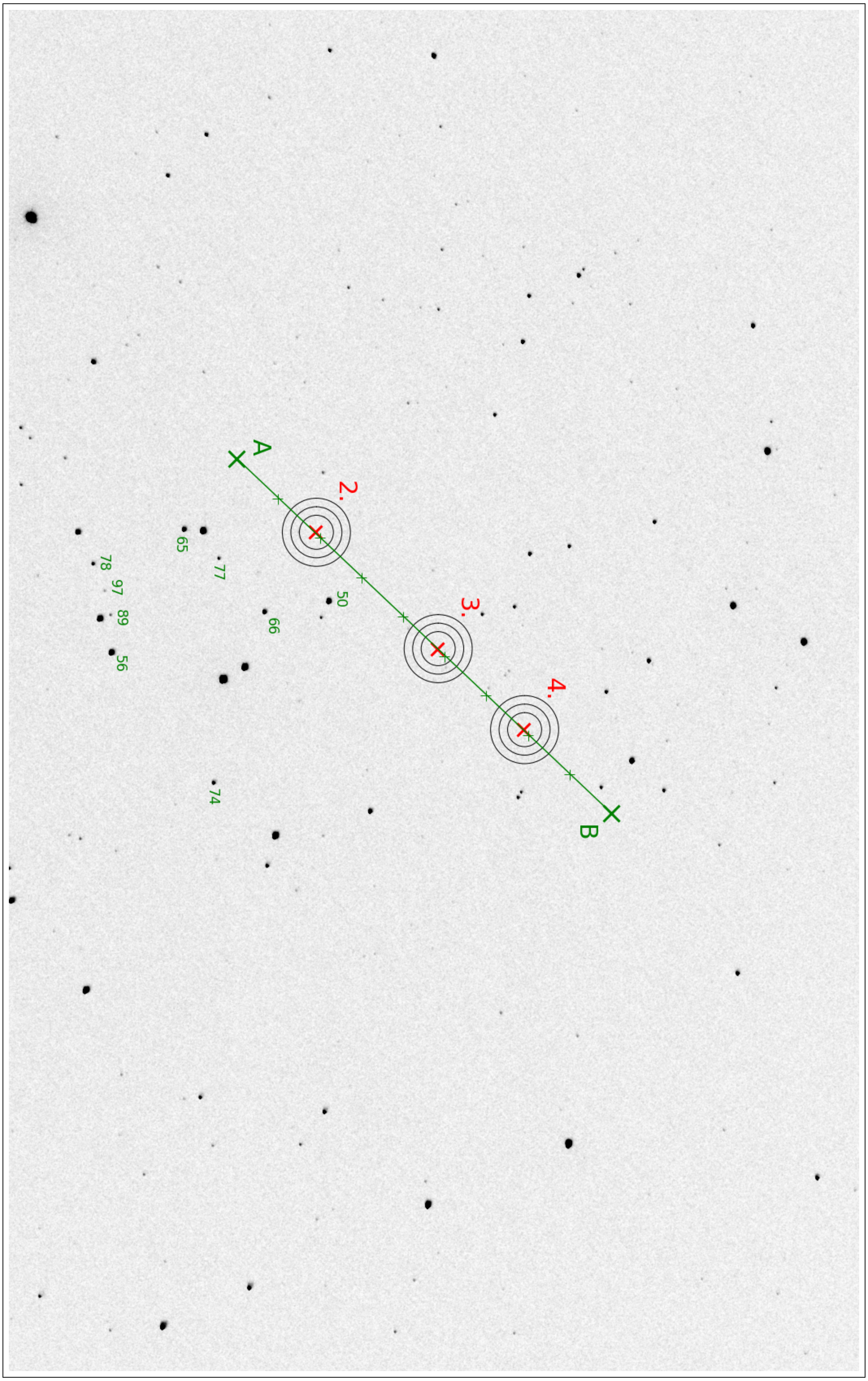
Megoldás.
A Ceres közel állandó mozgást végez az eltelt idő alatt, azaz az A és B pontok közötti utat a térképen közel állandó irányú és nagyságú sebességgel teszi meg. Ebből adódóan a törpebolygó az egyes napok estéjén várható helyzetét megkaphatjuk, ha naponként egyenlő részekre osztjuk a két pont közti utat. Az A ponttól számítva a 2., 3. és 4. képeken a törpebolygó (ábra: piros $\times$) rendre a 2., 5. és 7. rovátkához (ábra: kis zöld $+$) esik a legközelebb, így azok az 1. kép készítése után rendre 2, 5 és 7 nappal készültek.

Megjegyezzük, hogy az egyezés elsősorban amiatt nem tökéletes, mivel a törpebolygó már kissé oppozíciója után van, így látszó szögsebessége időben némileg csökken; másodsorban amiatt, mert a képek nem minden este pontosan ugyanakkor készültek.

Dátum: 2021. november	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.
Kép sorszáma:	1.		2.			3.		4.		5.

Minden sorszám helyes dátumhoz való csatolásáért 1 pont. Egy sorszám több dátumhoz való csatolása esetén az adott sorszámért pont nem adható.

A feladatsort összeállította Varga Vázsony (1. és 3. feladat), Horváth Zsóka (2. feladat), Bartucz Eszter Bianka és Takács Dóra.



1. ábra. Térkép (elforgatva) és fényességreferenciák a 3. feladathoz.